Euclides

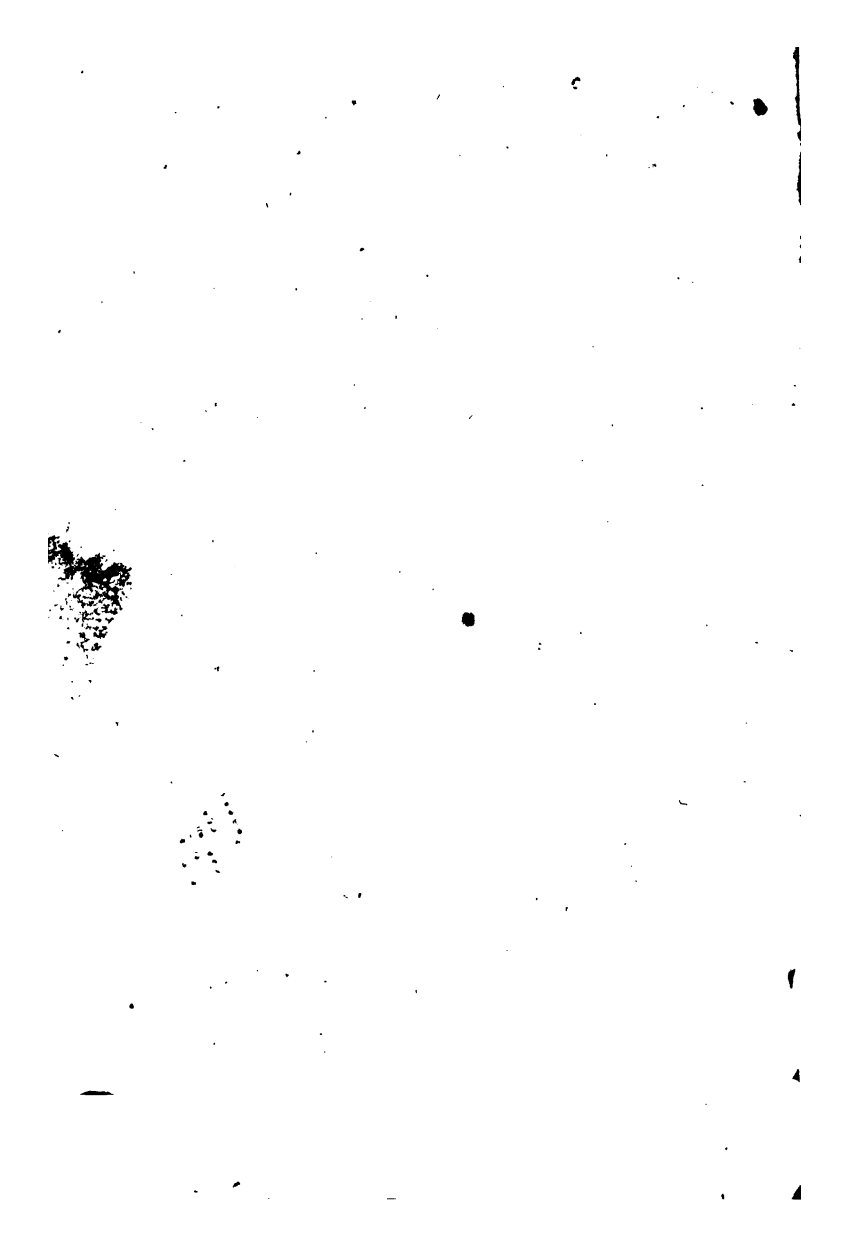
DE GLI ELEMENTI DI EVCLIDE

Li Primi sei Libri

Tradotti in lingua Itáliana

ALL' ILLVSTRISS. SENATO DI BOLOGNA.

In Bologna, per Gioseffo Longhi. 1686.

Con licenza de' Superiori.

ILLVSTRISSIMI SIGNORI.

LA lingua latina, quasi inuidiosa custode, ò gelosa secretaria delle Scienze, fa il possibile, acciòche niuno sia ammesso alla cognitione di quelle senza il suo mezo. Questo perfettamente è conosciuto da ciascuno; anco mediocremente versato nelle scienze Scolastiche; posciache ella hà preso tanto possesso in quelle, che non permette, che i termini scientifici si possano esprimere se non con vocaboli di ella stessa, i quali termini se si potessero trasportare in linguaggio materno, ogni mecanico artefice potrebbe apprendere la Filosofia, Metafisica &c. Anco nelle scienze Matematiche quest o medesimo è auuenuto; le quali se bene sono collocate sopra il Trono di massima certezza nel supremo grado dell' euidenza, dedotte da principij manifestissimi, Assiomi, Pronunciati, & altre Propositioni per se note, non possono essere imparate da quelli, à ben-

benche d'ingegno perspicace, & acuto, li quali sono priui della lingua latina, nella quale vengono spiegate. A questo hebbero riguardo li nostri antecessori, li quali traslatorono l'opere d'Euclide in Italiano; ma essendo elle state consumate dal tempo, hò io ristampati li sei primi Libri d'Euclide in vna forma, che sarà nuoua in questa lingua, con espositioni alquanto diuerse dal testo, à fine di accomodare più facilmente li sentimenti dell' Autore alla capacità de' Principianti, a' quali penso di giouare grandemente, acciò più spedita, e fruttuosamente imbeuano tutti li fondamenti dell' Agrimensura, Astronomia, Architettura Ciuile, e Militare, Altimeria, & altri. Questi dedico alle SS. VV. Illustriss. e loro faccio humile riuerenza.

Di Camera li 8. Marzo 1651.

Delle SS. VV. Illustriss.

Deuotiss. Seru. e Suddito

F. Gio. Ricci Carm. Publico Matematico.

LIBRO PRIMO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *Vnto, è vna cosa, che nella quantità continua hà positione, ma non hà parti.*

2 *Linea, è la strada, che fà il punto, mouendosi.*

3 *Nella linea, altre cose non si trouano, che i punti.*

4 *Retta, dicesi, quella linea, che può rappresentarsi tutta in vn punto.*

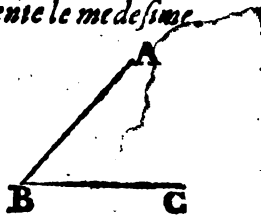
5 *Superficie, è la strada, che fà la linea, mouendosi.*

6 *Nelle superficie, altre cose non si trouano, che le linee.*

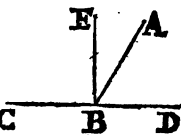
7 *Piana, dicesi, quella superficie, che può rappresentarsi tutta in vna linea retta.*

8 *Angolo piano, dicesi, l'inchinatione di duè linee, poste in vn piano; mentre si toccano in vn punto, in modo che, prolongate oltre quel pun-*

to, non tornino vicendeuolmente le medesime.

Due linee AB, BC si toccano nel punto B con questa legge, che prolungandosi AB, non diuenti BC. Si concepisce la inchinatione, che hanno fra di loro le due linee AB, BC, sotto nome di angolo piano; e si dice, l'angolo ABC.

9 *Rettilineo, dicesi, l'angolo piano di due linee rette.*

10 *Se vna linea retta stando soura vn'altra fà gli angoli dalle bande vguali; si dicono gli angoli retti; e la sourastante linea, si chiama perpendicolare alla soggetta.*

Stando EB soura CD, fà gli angoli EBC, EBD frà di loro eguali. Si concepiscono gli angoli, EBC, EBD sotto nome di angoli retti; & la EB sotto nome di perpendicolare alla CD, che gli è soggetta: onde si dicono, l'angolo retto EBC; l'angolo retto EBD; & la linea EB perpendicolare à CD.

11 *Ottuso, dicesi, l'angolo maggiore del retto.*

12 *Acuto, dicesi, l'angolo minore del retto.*

L'angolo ABC è maggiore del retto EBC: & si dice l'angolo ottuso ABC,

L'an-

L'angolo ABD è minore del retto EBD: & si dice l'angolo acuto ABD.

13 *Termine, si dice il confine, oltre il quale alcuna cosa non si stende.*

14 *Figura, è vna cosa, che da vno, ò più termini d'ogni intorno si rinchiude.*

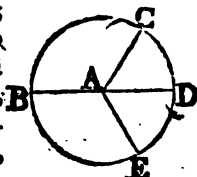
15 *Circolo, è vna figura piana terminata da vna sola linea, che si chiama circonferenza; alla quale, quãte linee rette si conducono da vn punto, che è dentro la figura, tutte sono frà di loro eguali, e si dicono raggi del circolo.*

16 *E quel punto, si dice, centro.*

17 *Diametro, dicesi, quella linea retta, che passando per il centro del circolo, è terminata dalla circonferenza.*

18 *Semicircoli sono le figure, nelle quali resta diuiso il circolo dal diametro.*

La figura ABCDE è terminata da vna sola linea BCDE, talmente constituita; che dal punto A, che è dentro la figura, quante linee rette à quella si conducono AB, AC, AD, AE sono tutte fra di loro eguali. La figura ABCDE, si chiama circolo: la linea BCDE, circonferenza: le linee AB, AC, AD, AE, raggi: il punto A, centro: la li-

nea retta BAD, diametro: le figure ABCD, ABEC, semicircoli.

19 *Rettelinee, si dicono, le figure, che sono terminate da linee rette. queste linee rette si chiamano lati.*

20 *Tra le figure rettelinee. triangoli si dicono quelle, che sono di tre lati.*

21 *Quadrangoli, di quattro.*

22 *Poligoni, di più lati.*

23 *Tra li triangoli. equilatero, dicesi quello, che hà trè lati vguali.*

24 *Isoscele, che hà due lati eguali.*

25 *Scaleno, che hà tutti trè i lati diseguali.*

26 *Rettangolo, che hà vn angolo retto. E nel triangolo rettangolo, il lato, che si oppone all'angolo retto, si dice, Ipotenusa.*

27 *Ottusiangolo, quel triangolo, che hà vn angolo ottuso.*

28 *Acutangolo, che hà tutti gli angoli acuti.*

29 *Tra li Quadrangoli. quadrato, dicesi l'equilatero, e rettangolo; cioè quello, che hà tutti i lati eguali, e tutti gli angoli retti.*

30 *Quadrilongo, il rettangolo non equilatero.*

31 *Rombo, l'equilatero non rettangolo.*

32 *Romboide; quello: che non essendo equilatero, ne rettangolo, hà i lati, e gli angoli opposti eguali.*

33 *Trapetij, si dicono, li rimanenti figure quadrangoli.*

34 *Parallele, si dicono due linee rette, che stando nel medesimo piano, e prolongandosi dall' vna banda, e dall'altra in infinito, non concorrono.*

Le due linee rette A, B sono poste in vn piano con questa legge, che prolungandosi dall' vna, ò dall'altra parte in infinito, non concorrono mai. Si concepiscono le due linee A, B sotto nome di paralle; e si dicono, le parallele A, B.

A———————

B———————

35 *Parallelogrammo, è vna figura quadrangola, della quale gli opposti lati sono parallele.*

36 *Diametro del parallelogrammo, si dice vna linea retta, condotta per i punti degli angoli opposti.*

Postulati, ouero Dimande.

1 *DAti, ò proposti due punti. si dimanda, di poter condurre per essi una linea retta.*

2 *Data, ò proposta una linea retta. prolongarla.*

3 *Dati, ò proposti due punti dall'vno di loro, che sia centro, condurre per l'altro la circonferenza del circolo.*

4 *Data, ò proposta vna cosa. pigliare in essa qualsiuoglia punto, ò linea retta.*

5 *Proposta vna cosa. ripigliarla.*

6 *Proposte due cose. souraporle l'vna all'altra.*

Assio-

Assiomi, ouero communi sentenze.

1 *SE due cose sono eguali ad vna medesima. sono eguali frà di loro.*

β *Di trè cose, se la prima è maggiore della seconda, & la seconda è vguale alla terza. la prima è maggiore della terza.*

γ *Se la prima è minore della seconda; & la seconda è vguale alla terza. la prima è minore della terza.*

δ *Se la prima è maggiore della secoda, & la seconda della terza. la prima è maggiore della terza.*

ε *Se la prima è minore della seconda, & la seconda della terza. la prima è minore ddlla terza.*

2 *Se alla medesima cosa, ouero à cose vguali si aggiungono altre cose vguali, ouero communi. le composte sono eguali.*

3 *Se dalla medesima cosa, ouero da cose vguali si leuano altre cose vguali, ouero communi. le rimanenti sono eguali.*

4 *Se à cose disequali s'aggiugono le cose vguali, ò communi. le composte sono disequali; la*

composta della maggiore, maggiore; e la composta della minore, minore.

β Se alle cose disegnali s'aggiungono altre cose disegnali, alla maggiore la maggiore, alla minore la minore. le composte sono disegnali; la composta delle maggiori, maggiore; & la composta delle minori, minore.

5 Se dalle cose disegnali si leuano le cose vguali, ò communi. le rimanenti sono disegnali; la rimanente dalla maggiore, maggiore; & la rimanente dalla minore, minore.

β Se dalle cose disegnali si leuano altre cose disegnali, dalla maggiore la minore, e dalla minore la maggiore, le rimanenti sono disegnali; la rimanente dalla maggiore, maggiore; & la rimanente dalla minore, minore.

6 Le cose, che sono doppie della medesima, ò delle vguali, sono eguali; ouero sono la medesima.

7 Le cose, che sono la metà della medesima, ò delle vguali, sono eguali; ouero sono la medesima.

8 Le cose, che si adattano, sono eguali.

9 Il composto è maggiore di qualsiuoglia suo componente.

10 *Due linee rette non rinchiudono figura.*

11 *Il composto è vguale à tutti li suoi componenti.*

12 *Tutti gli angoli retti sono eguali frà di loro.*

13 *Quando due linee rette fanno angolo in vn punto. prolongate si tagliano in quel medesimo punto.*

14 *Quando si adattano i termini di due cose piane. si adattano le medesime.*

β *E conuersamente, quando si adattano due cose piane. si adattano i suoi termini.*

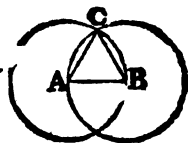
15 *Se vna linea retta concorre ad vna delle parallele. concorre ancora alle altre.*

16 *La cosa è come si dice, quando in altro modo non può essere.*

Pro.

Problema Primo. Propositione Prima.

Data una linea retta terminata, fare sopra di quella un triangolo equilatero.

Data la retta A B.
Bisogna fare il triangolo equilatero ABC.

Operatione.

post. 3.	Dal centro A per B si conduca la circonferenza BC.
post 3.	Dal centro B per A si conduca la circonferenza AC.
post. 1.	Si conducano le rette CA, CB.
	Dico, che il triangolo ABC è equilatero.

Dimostratione.

def. 15.	I raggi AB, AC sono eguali,
def. 15.	I raggi BA, BC sono eguali;
ass. 1.	I lati AC, BC sono eguali:
def. 23.	Dunque il triangolo ABC è equilatero.

Pro-

Probl. 2. Prop. 2.

Dati vn punto, & vna linea retta, condurre dal punto vn altra linea retta eguale.

Dato il punto A,
Data la retta BC.
Bisogna condurre AE eguale à BC.

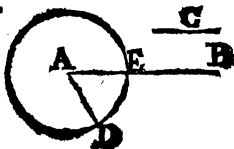
Operatione.

post. 1.	Si conduca la retta BA.
prop. 1.	Si faccia il triangolo equilatero ABD.
post. 3.	Dal centro B per C si conduca la circonferenza CE.
post. 2.	Si prolunghi DB sino à questa circonferenza in E.
post. 3.	Dal centro D per E si conduca la circonferenza EF.
post. 2.	Si prolunghi AD sino à questa circonferenza in F.
	Dico, che AF, BC sono eguali.
	Dimostratione.
def. 15.	I raggi DF, DE sono eguali,
def. 23.	I lati DA, DB sono eguali;
ass. 3.	Le rimanenti linee AF, BE sono eguali,
def. 15.	I raggi BC, BE sono eguali:
ass. 1.	Dunque AF, BC sono eguali.

Pro-

Probl. 3. Prop. 3.

Date due linee rette disegnali. tagliare dalla maggiore vna portione vguale alla minore.

Date due linee rette AB maggiore, C minore.
Bisogna tagliare AE vguale à C.

Operatione.

prop. 2.	Dal punto A si conduca AD eguale à C. †
post. 3.	Dal centro A per D si conduca la circonferenza DE.
	Dico, che AE è vguale à C.

Dimostratione.

def. 15.	I raggi AE, AD sono eguali.
†	Si è condotta AD eguale à C.
ass. 1.	Dunque AE è eguale à C.

Teo-

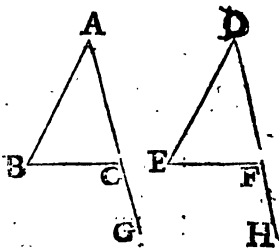
Teoroma Primo Prop. 4.

SE in due triangoli due lati sono eguali à due lati ad vno ad vno, e gli angoli compresi sono eguali, α ancora le basi, β e li triangoli sono eguali; γ e gli altri due angoli sono eguali à gli altri due angoli ad vno ad vno, che si oppongono à i lati eguali: δ e prolongandosi i lati eguali, gli angoli sotto le basi sono eguali.

Ne i due triangoli ABC, DEF.
I lati AB, DE sono eguali.
I lati AC, DF sono eguali.
Gli angoli A, D sono eguali.
I lati eguali prolongati sono ACG, DFH.

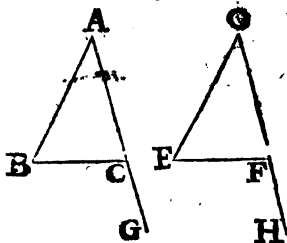
A D B C E F G H

Dico, che le basi CB, FE
Che i triangoli ABC, DEF
Che gli angoli B, E,
e gli angoli ACB, DFE,
Et che gli angoli BCG, EFH
} sono eguali.

Preparatione.

post. 6. | Si sourapongono { li punti A, D. le rette AG, DH, gli angoli A, D.

Di-

Dimostratione.

*ass.*16.	Si adattano i punti C, F; altrimenti saranno i lati AC, DF diseguali. contro la suppositione.
ass. 16.	Si adattano le linee AB, DE; altrimenti saranno gli angoli A, D diseguali. contro la suppositione,
*ass.*16.	Si adattano i punti B, E; altrimenti saranno i lati AB, DE diseguali contro la suppositione.
*ass.*16.	Si adattano le basi BC, EF; altrimenti due linee rette chiuderanno la figura. contro l'ass. 10.
*ass.*14.	Si adattano { li triangoli ABC, DEF; gli angoli B, E, gli angoli ACB, DFE, gli angoli BCG, EFH.
*ass.*8.	Dunque le basi CB, FE } sono eguali.
*ass.*8.	Li trriangoli ABC, DEF } sono eguali.
*ass.*8,	Gli angoli B, E } sono eguali.
	gli angoli ACB, DFE } sono eguali.
*ass.*8.	E gli angoli BCG, EFH } sono eguali.

A B C G E F H

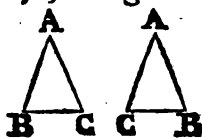
Teo-

Theor. 2. Prop. 5.

NEl triangolo Isoscele a gli angoli soura la base sono eguali. β e prolongandosi i lati eguali gli angoli sotto la base sono eguali.

L'Isoscele ABC hà i lati AB, AC eguali.

Dico, che gli angoli B, C sono eguali.

E che, prolongandosi i lati eguali, gli angoli sotto la base BC sono eguali.

Preparatione,

post. 5. | Si ripigli la medesima figura ABC, ACB. †

Dimostratione.

Li due triangoli ABC, ACB hanno
† i lati AB, AC,
† i lati AC, AB, } che sono eguali.
† e gli angoli A, A,

prop. 4. | Dunque gli angoli B, C sono eguali.

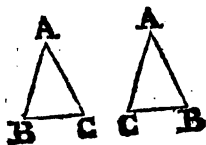
prop. 4. β. | E prolongandosi i lati eguali, gli angoli sotto la base BC sono eguali.

Corollario,

Per questa dimostratione è manifesto, che il triangolo equilatero è ancora equiangolo.

Teor.

Teor. 3. Prop. 6.

SE in un triangolo due angoli sono eguali, ancora i lati, che gli si oppongono, sono eguali.

Il triangolo ABC hà due angoli B, C eguali.
Dico, che i lati AB, AC sono eguali.

Preparatione.

	Si ripigli la medesima figura ABC, ACB.
post. 5.	Si souraponga BC à CB.
post. 6.	

Dimostratione.

ass. 16.	Si adattano i triangoli ABC, ACB; altrimenti saranno gli angoli, B, C diseguali, contro la suppositione.
ass. 14.	Si adattano i lati AB, AC:
ass. 8.	Dunque i lati AB, AC sono eguali.

Teo-

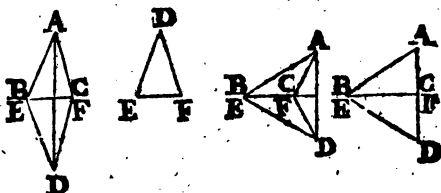
Teor. 4. Prop. 7.

DI due triangoli sourapoſti ſe le baſi ſi adattano, e i lati dalle medeſime bande ſono eguali. le cime ſono nel medeſimo punto.

Queſta verſione ſpiega affermatamente la negatiua di Euclide in queſto luogo.

Il Theorema preſente in Euclide è vtile ſolo per il ſeguente: nella noſtra verſione è inutile, dimoſtrandoſi il ſeguente per altra ſtrada. Anzi dalla dimoſtratione, che noi habbiamo fatta per il ſeguente Teorema, riſulta la cognitione del preſente poiche i due triangoli, che ſi propongono nel preſente, hanno i lati eguali; e nel ſeguente ſi dimoſtrerà, che hanno eguali quegli angoli, che ſi oppongono à i lati eguali; & hanno eguali quegli angoli, che ſono compreſi da i lati eguali. Onde adattandoſi le baſi, & i lati eguali; ſi adattaranno i triangoli, per le coſe dimoſtrate nella prop. 4. & ſi adattaranno le ancora cime; ouero ſaranno nel medeſimo punto, per l'aſſ. 14. 8. come ſi è propoſto.

Teor. 5. Prop. 8.

SE di due triangoli i lati sono eguali à i lati ad vno ad vno, sono ancora eguali gli angoli opposti à i lati eguali.

I due triangoli ABC, DEF hanno
i lati AB, DE }
i lati AC, DF } eguali.
i lati BC, EF }
Dico, che gli angoli A, D sono eguali.

Preparatione.

post.6.	Si sourapongan { i punti B, E. / i lati eguali BC, EF. / il triangolo EDF allo spatio sotto BC. }
post.1.	Si conduca la retta DA.

Dimostratione.

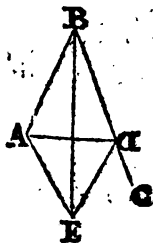
def.24.	I triangoli BAD, CAD sono Isosceli;
prop.5.a.	Nel triang. BAD } gli ang. A, D sono egu.
ass.2.	Nel triang. CAD }
ass.3.	Dunque ne i triangoli ABC, DEF gli angoli composti, ò rimanenti A, D sono eguali,

Pro-

Probl. 4. Prop. 9.

D*Ato vn angolo rettilineo, compartirlo in due angoli eguali.*

Dato l'angolo rettilineo ABC.
Bisogna compartirlo in due angoli ABE, EBC eguali.

B A C E G

Operatione.

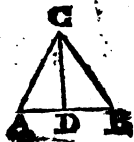
post.4.	Nella retta BA si pigli vn punto A.
prop. 3.	Si tagli BD eguale à BA. †
post.11.	Si conduca la retta AE.
prop.1.	Si faccia il triangolo equilatero ADE.
post.1.	Si conduca la retta BE.
	Dico, che gli ang. ABE, EBC sono eguali.

Dimostratione.

†	I triangoli DBE, ABE, oltre il lato commune BE, hanno i lati AB, DB eguali.
def. 23.	E sono le basi AE, DE parimente eguali:
prop. 8.	Dunque gli ang. ABE, EBD sono eguali

Probl. 5. prop. 10.

Data una linea retta, compartirla in due linee vguali.

Data la linea retta AB.
Bisogna compartirla in due linee AD, BD eguali.

Operatione.

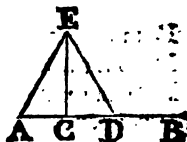
prop. 1. | Soura BA si faccia il triangolo equilatero ABC.
prop. 9. | Si comparta l'angolo ACB in due ACD, BCD eguali. †
| Dico, che AD, DB sono eguali.

Dimostratione.

def. 23. | I triangoli CAD, CBD, oltre il lato commune CD, hanno i lati CA, CB eguali;
† | E gli angoli compresi ACD, BCD sono eguali.
prop. 4. *a* | Dunque le basi AD, BD sono eguali.

Probl. 6. Prop. 11.

D*ata vna linea retta, ed in essa vn punto, alzare la perpendicolare.*

Data la retta AB,
Dato il punto C.
Bisogna alzare la perpendicolare CE.

Operatione.

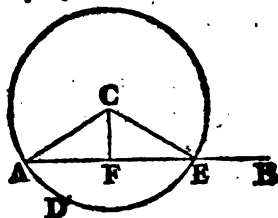
post. 4.	Nella retta AB si pigli vn altro punto A.
prop. 3.	Si tagli CD vguale à CA. †
prop. 1.	Si faccia soura DA il triangolo equilatero DAE.
post. 1.	Si conduce CE.
	Dico, che CE è perpendicolare ad AB.

Dimostratione.

†	I due triangoli CEA, CED, oltre il lato CE commune, hanno i lati CA, CD, eguali.
def. 23.	E le basi AE, DE sono eguali;
prop. 8.	Gli angoli dalle bande ECA, ECD sono eguali.
def. 10.	Dunque CE è perpendicolare ad AB.

Probl. 7. Prop. 12.

Data vna linea retta, e vn punto fuori di essa. mandar giù la perpendicolare.

Data la linea retta AB,
Dato il punto C.
Bisogna mandar giù la perpendicolare CF.

Operatione.

post. 4.	Nello spatio sotto AB si pigli vn punto D.
post. 3.	Dal centro C per D si conduca la circonferenza DEA.
prop. 10.	Compartasi AE in due AF, FE vguali. †
post. 1.	Si conduca CF.
	Dico, che CF è perpendicolare ad AB.

Preparatione.

post. 1.	Si conducano le rette CA, CE.

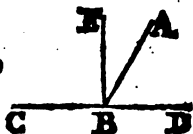
Dimostratione.

†	I traingoli FCA, FCE, oltre il lato FC commune, hanno i lati FA, FE, eguali.
def 15.	E le basi CA, CE sono eguali.
prop. 8.	Gli ang. dalle bãde CFA, CFE sono eguali.
def. 10.	Dunque CF è perpendicolare ad AB.

Teor,

Teor. 6. Prop. 13.

STando vna linea retta soura vn altra, gli angoli dalle bande congiunti sono eguali à due retti.

Stando AB soura CD, fà gli angoli dalle bande ABC, ABD. Dico, che gli angoli ABC, ABD congiunti sono eguali à due retti.

Dimostratione.

def. 10.	Se AB è perpendicolare à CD; è manifesto, che gli angoli ABC, ABD sono due retti.

Preparatione.

prop. 11	Se AB non è perpendicolare; si alzi la perpendicolare BE.

Dimostratione.

ass. 14.	Gli angoli ABC, ABD congiunti si adattano alli due retti congiunti EBC, EBD:
ass. 8.	Dunque gli angoli ABC, ABD congiunti sono eguali à due retti.

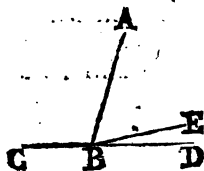
 Teo-

Teor. 7. Prop. 14.

SE ad un punto d'una linea retta gli angoli rettilinei dalle bande sono eguali à due retti. hanno i termini non communi nella medesima linea retta.

Gli angoli ABC, ABD sono eguali à due retti. †
Dico, che CBD è linea retta.

A
E
C B D

Instanza,

Non è CBD linea retta; ma CBE.

Risposta.

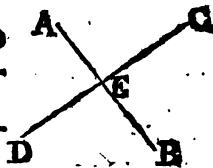
prop. 13. | Gli angoli ABC, ABE saranno eguali à due retti.
† | Gli angoli ABC, ABD sono eguali à due retti;
ass. 12. | Gli angoli ABC, ABE saranno eguali à gli angoli ABC, ABD. contro l'ass. 9.
ass. 16. | Dunque CBD è linea retta.

Teo-

Teor. 8. Prop. 15.

SEgandosi due linee rette, fanno gli angoli alla cima eguali.

Segandosi due rette AB, CD nel punto E, fanno gli angoli alla cima AED, CEB. Dico che gli angoli AED, CEB sono eguali.

A C E D B

Dimostratione.

prop. 13.	Gli angoli AED, AEC sono eguali à due retti.
prop. 13.	Gli angoli AEC, CEB sono eguali à due retti;
ass. 1.	Gli angoli AED, AEC sono eguali à gli angoli AEC, CEB:
ass. 3.	Dunque, leuando l'angolo AEC commune, i rimanenti angoli AED, CEB sono eguali.

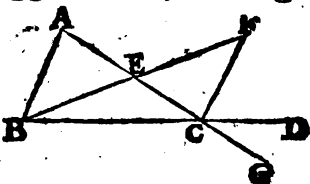
Corollarij.

1 Per questa dimostratione è manifesto, che due linee rette, segandosi, fanno quattro angoli eguali à quattro retti.

2 E che, quanti angoli sono intorno al medesimo punto, in vn medesimo piano, tutti sono eguali à quattro retti.

Teor. 9. Prop. 16.

PRolongandosi vn lato del triangolo. si fa l' angolo esterno maggiore di ciascuno de gl' interni opposti.

Il triangolo è ABC
Il lato prolong BCD
Dico, che l' ang. esterno ACD è maggiore dell' angolo interno opposto A;
Et dell' angolo interno pppofto ABC.

Preparatione.

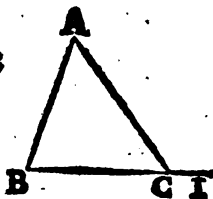
prop. 10.	Si comparta CA in due CE, EA eguali.
post. 1. 2.	Si conduca, e prolunghi BEF.
prop. 3.	Si tagli EF eguale à BE.
post. 2.	Si prolunghi AC in G.

Dimostratione.

prop. 15.	I triangoli AEB, CEF hanno i lati, e gli angoli compresi AEB, CEF eguali.
prop 4.	Gli angoli A, ECF sono eguali,
ass. 9.	L'angolo ACD è maggiore dell'ang. ECF.
ass. 1. *ß*	Dunque l'angolo ACD è maggiore dell' angolo A.
	Per le medesime ragioni si prouarà, che l' ang. BCG è maggiore dell'angolo ABC,
prop. 15.	Gli ang. ACD, BCG alla cima sono eguali.
ass. 1. *ß*	Dunque l' angolo ACD è maggiore dell' angolo ABC.

Teor. 10. Prop. 17.

DVe angoli del triangolo sono minori di due retti.

Il triangolo è ABC
Dico, che due angoli A, ACB sono minori di due retti.

Preparatione.

post. 2. | Si prolonghi BC in I.

Dimostratione.

prop. 16. | L'angolo A interno opposto è minore dell'angolo ACI esterno;

ass. 4. | E congiunto l'angolo ACB commune gli angoli A, ACB sono minori degli angoli ACI, ACB.

prop. 13. | Gli angoli ACI, ACB sono eguali à due retti.

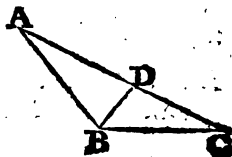
ass. 1. 7 | Dunque gli angoli A, ACB sono minori di due retti.

Teo-

Teor. 11. Prop. 18.

A' lati maggiori del triangolo si oppongono gli angoli maggiori.

Nel triangolo ABC il lato AC è maggiore del lato AB.

Dico che l'angolo ABC è maggiore dell' angolo C.

Preparatione.

prop 3.	Si tagli AD eguale ad AB.
post. 1.	Si conduca BD.

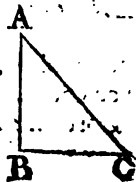
Dimostratione.

ass. 4.	Nell' Isoscele ABD l'angolo ABC è maggiore dell'angolo ABD.
prop. 5. *a*	Gli angoli ABD, ADB sono eguali.
prop. 16.	Nel triang. CDB, l'ang. ADB esterno è maggiore dell'ang. C interno opposto.
ass. 1. 8	Dunque l'angolo ABC è maggiore dell' angolo C.

Teor.

Teor. 12. Prop. 19.

A *Gli angoli maggiori del triangolo si oppongono i lati maggiori.*

Nel triangolo ABC l'angolo B è maggiore dell'angolo C.
Dico, che il lato AC è maggiore del lato AB.

Instanza Prima.

Non è AC maggiore di AB; ma eguale.

Risposta.

def.24. | Il triangolo ABC sarà Isoscele;
prop.5.a | Gli angoli B, C saranno eguali, contro la suppositione.

Instanza Seconda.

Non è AC maggiore di AB; ma minore.

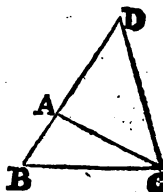
Risposta.

prop.18. | L'angolo B sarà minore dell'angolo C, contro la suppositione.
ass.16. | Dũque il lato AC è maggiore del lato AB.

Teo-

Teor. 13. Prop. 20.

DVe lati del triangolo sono maggiori del rimanente.

Il triangolo è ABC.
Dico che due lati BAC, sono maggiori del rimanente BC.

Preparatione.

post. 2.	Si prolunghi BA in D.
prop. 3.	Si tagli AD eguale ad AC. †
post. 1.	Si conduca CD.

Dimostratione.

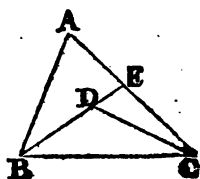
ass. 9.	L'angolo BCD è maggiore dell' angolo ACD,
prop. 5. *a*	Nell' Isoscele ACD l'angolo ACD è vguale all'angolo D.
ass 1. *b*	L'angolo BCD è maggiore dell'angolo D.
prop. 19.	Il lato BD è maggiore del lato BC.
†	Le rette AC, AD sono eguali.
ass. 2. *a*	Aggiungendo BA, commune; BAC, BD sono eguali.
ass. 1. *b*	Dunque due lati BAC sono maggiori del rimanente BC.

Teo-

Teor. 14. Prop. 21.

SOurapoſti sù la baſe medeſima due triangoli. a i lati dell' interno ſono minori de i lati dell'eſterno, β ma cõtengono ang. maggiore.

I triangoli fourapoſti ſono ABC, DBC.
La baſe commune BC.
Dico, che i lati BDC ſono minori de i lati BAC
E che l'angolo BDC è maggiore del angolo A.

Preparatione.

poſt.2.	Si prolunghi BD ſino ad AC in E.

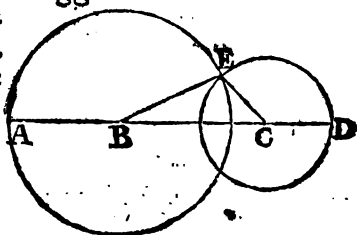
Dimoſtratione.

prop.20.	Il lato DC è minore de i lati DEC Aggiungendo BD commune
aſſ.4.a	I lati BDC ſono minori de i lati BEC. †
†	Parimente i lati BEC ſi prouaranno minori de i lati BAC,
aſſ.1.a	Dunque i lati BDC ſono minori de i lati BAC.
prop.16.	L'angolo BDC è maggiore dell'ang. BEC.
prop.16.	L'angolo BEC è maggiore dell'angolo A.
aſſ.1.β	Dunque l'angolo BDC è maggiore dell' angolo A.

Pro-

Probl. 8. Prop. 22.

Date tre linee rette terminate, cõporle in vn triangolo: ma bisogna, che prese due di loro siano sempre maggiori della rimanente.

Date tré linee rette AB, BC, CD. Bisogna comporre il triangolo EBC contenuto dalle date linee.

Operatione.

post. 3. Dal centro B per A si conduca la circonferenza AE.

post. 3. Dal centro C per D si conduca la circonferenza DE.

post. 1. Si conducano le rette BEC.

Dico che BEC è il triangolo contenuto dalle date linee.

Dimostratione.

def. 15. I raggi BA. BE sono eguali,

def. 15. I raggi CD, CE sono eguali:

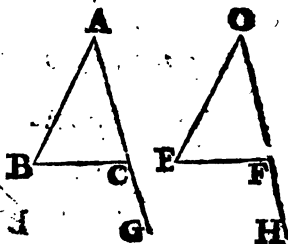
Dunque il triangolo EBC è contenuto dalle date linee.

ass. 16. E bisogna, che due delle tre linee date, siano sempre maggiori della rimanente; altrimenti si farà il triang. EBC, nel quale due lati non saranno maggior del rimanente, contro la prop. 20,

Pro-

Probl. 9. Prop. 23.

DAti vn angolo rettilineo, vna retta, e vn punto nella medesima, fare sopra la retta, e nel punto vn'altr'angolo eguale.

Dato l'angolo rettilineo A.
Data la retta DH,
Dato il punto D.
Bisogna fare l'angolo D eguale all'angolo A.

Operatione.

post. 4. | Nelle rette, che s'inchinano all' angolo A si prendano due punti B, C.

post 1. | Si conduca la retta BC.

*prop.*22. | Le linee del triangolo ABC si compongano in vn altro triangolo DEF,

Si che riescano { i lati AC, DF; i lati AB, DE; le basi BC, EF } eguali. †

Dico, che gli angoli A, D sono eguali.

Dimostratione.

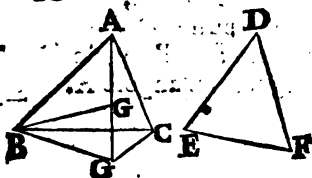
*prop.*20. | L'operatione può farsi, perche due qualsiuoglia lati del triangolo ABC sono maggiori del rimanente.

† *pr.* 8. | Dunque gli angoli A, D, sono eguali.

C Teo-

Teor. 15. Prop. 24.

Quando in due triangoli attorno à due angoli diseguali sono i lati eguali, le basi sono diseguali, & è maggiore la base opposta all' angolo maggiore.

I due triangoli sono ABC, DEF.
L'angolo BAC è maggiore dell' angolo D.
I lati AB, DE) sono eguali.
I lati AC, DF)
Dico, che la base BC è maggiore della basa EF.

Preparatione.

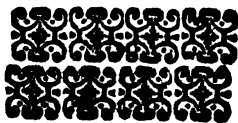
prop. 23.	All'angolo D si faccia eguale l'angolo BAG.
prop. 3.	Si tagli AG eguale à DF, ouero ad AC.
post. 1.	Si conduca BG.
	Dimostratione.
prop. 21.	Se il triang. AGB casca dentro al triangolo ACB; i lati ACB sono maggiori de i lati AGB;
ass. 3.	Leuando AC, AG eguali; BC resta maggiore di BG.

Pre-

Preparatione.

post. 1.	Se il triangolo AGB non casca dentro al triangolo ACB, si conduca GC.

Dimostratione.

ass. 9.	L'angolo BGC è maggiore dell'angolo AGC.
prop. 5.*a*	Nell'Isoscele ACG l'ang. AGC è vguale all'angolo ACG.
ass. 9.	L'angolo ACG è maggiore dell'angolo BCG.
ass. 1. *β*	L'angolo BGC è maggiore dell'angolo BCG;
prop. 18.	Nel triangolo BGC la base BC è maggiore della base BG.
†	I lati, e l'angolo BAG sono eguali à i lati, & all'angolo EDF;
prop. 4.*a*	La base BG è vguale alla base EF.
ass. 1. *β*	Dunque la base BC è maggiore della base EF.

Teor. 16. Prop. 25.

Quando in due triangoli soura basi disegguali sono i lati eguali, gli angoli compresi da i lati sono diseguali, è maggiore l'angolo opposto alla base maggiore.

I due triangoli sono ABC, DEF.

La base BC è maggiore della base EF.

I lati AB, DE } sono eguali. †
I lati AC, DE }

Dico, che l'angolo A è maggiore dell'angolo D.

Instanza Prima.

Nô è l'angolo A maggiore, ma eguale all'angolo D.

Risposta.

† prop.4.a | La base BC sarà eguale alla base EF. contro la suppositione.

Instanza Seconda.

Non è l'angolo A maggiore, ma minore dell'angolo D.

Risposta.

† prop.24. | La base BC sarà minore della base EF. contro la suppositione.

ass. 16. | Dunque l'angolo A è maggiore dell'angolo D.

Teor.

Teor. 17. Prop. 26.

SE in due triangoli due angoli sono eguali à due angoli ad vno ad vno, e le basi, che sono trà gli angoli eguali, ouero che sono opposte à gli angoli eguali, sono eguali. α gli angoli rimanenti sono eguali; β e gli altri lati sono eguali ad vno ad vno, che si oppongono à gli ang. egu.

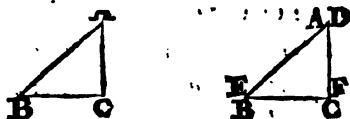
Ne i triangoli ABC, DEF { gli angoli A, D / gli angoli C, F / le basi AC, DF } sono eguali.

Dico, che gli angoli B, E
Et che i lati AB, DE } sono eguali.
Et i lati CB, FE

Preparatione.

post. 6.	Si sourapongono (le basi eguali AC, DF / i triangoli ABC, DEF

Dimostratione.

aß. 16.	Si adattano i triang. ABC, DEF; altrimenti gli angoli A, D, e gli ang. C, F saranno diseguali. contro la suppositione.
ass. 14. β	Si adattano { i lati AB, DE / i lati CB, EF / gli angoli B, E
ass. 8.	Dunque { gli angoli B, E / i lati AB, DE / i lati CB, EF } sono eguali.

Ne i triangoli ABC, DEF. { gli angoli A, D / gli angoli B, E / le basi AC, DF } sono eguali.

Dico, che gli angoli C, F / Et che i lati AB, DE / Et i lati BC, EF. } sono eguali.

Preparatione.

post. 6. | Si sourapongano { le basi eguali AC, DF, / gli angoli eguali A, D.

Dimostratione.

ass. 16. | Si adattano i triang. ABC, DEF; altrimenti de i due triang. sourapos ti saranno gli ang. B, E vno interno, e l'altro esterno;

pr. 21. β | E saranno gli angoli B, E diseguali. contro la suppositione,

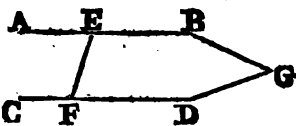
ass. 14. β | Si adattano { gli angoli, CF / i lati AB, DE / i lati BC, EF

ass. 9. *ass. 8.* | Dunque { gli āgoli C, F / i lati AB, DE / i lati BC, EF } sono eguali.

Teo-

Teor. 18. Prop. 27.

SE soura due rette cascando vn'altra, fà gli angoli alterni eguali. sono quelle due frà di loro parallele.

Soura due AB, CD casca EF
Gli angoli alterni AEF, EFD sono eguali.
Dico, che AB è parallela à CD.

Instanza.

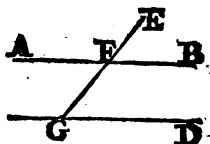
Non è AB parallela à CD, mà concorrente nel punto G.

Risposta.

def. 20.	La Figura EFG sarà triangolo;
prop. 16.	L'angolo esterno AEF sarà maggiore dell'interno opposto EFD. contro la suppositione.
ass. 16	Dunque AB è parallela à CD.

Teor. 19. Prop. 28.

SE soura due rette cascando vn'altra, fà l'angolo esterno eguale all'interno opposto dalla medesima banda; ouero se fà gli angoli interni eguali à due retti, sono quelle due frà di loro parallele.

Soura le due AB, GD casca EG.
Se l'ang. esterno EFB è vguale all'interno opposto dalla medesima banda EGD. †
Ouero se gli angoli interni BFG, FHD sono eguali à due retti. ℞
Dico, che AB, GD sono parallele.

Dimostratione Prima.

prop.15.	Gli angoli alla cima AFF, EFB } sono eguali;
†	Gli angoli EFB, EGD }
ass. 1.	Gli angoli alterni AFG, EGD sono eguali
prop.27.	Dunque AB, GD sono parallele.

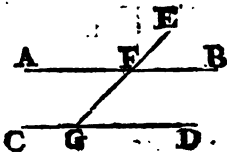
Dimostratione Seconda.

prop.13.	Gli angoli AFG, BFG } sono eguali à due retti;
℞	Gli angoli BFG, FGD }
ass.1.	Gli angoli AFG, BFG sono eguali à gli angoli BFG, FGD;
ass.3.	Leuando l'angolo BFG commune, restano gli angoli alterni AFG, FGD eguali.
prop.27	Dunque AB, GD sono parallele.

Teo-

Teor. 20. Prop. 29.

Soura due parallele cascando vna retta. α fà gli angoli alterni eguali; β l'esterno eguale all'interno opposto dalla medesima banda; γ e gl'interni eguali à due retti.

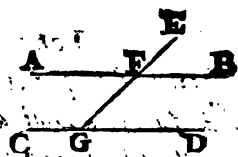
Le Parallele sono AB, CE.
Soura AB, CD casca EG.
Dico, che gl'angoli alterni BFG, FGC sono eguali.
Che l'angolo esterno EFB è vguale all'interno opposto dalla medesima banda EGD.
Che gli angoli interni BFG, FGD sono eguali à due retti.

Instanza.

L'angolo BFG, non è vguale all'angolo FGC, ma ad vn'altro alterno FGH.

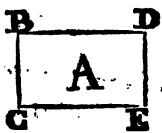
Risposta.

*prop.*27.	Saranno AB, GH parallele.
ass. 15.	Non saranno AB, CD parallele. contro la suppositione.
ass. 16.	Dunque gli angoli alterni BFG, FGC sono eguali.
*prop.*15.	Gli ang. alla cima EFB, AFG sono eguali:
*ass.*1.	Dunque l'angolo esterno EFB è vguale all' interno opposto dalla medesima banda EGD;

Ag-

ass.2.	Aggiungẽdo l'angolo BFG commune; gli angoli EFB. BFG sono eguali à gli ang. BFG, FGD.
prop.13	Gli angoli EFB, BFG sono eguali à due retti:
ass.1.	Dunque gli angoli interni BFG, FGD sono eguali à due retti.

Corollario.

E' manifesto da questa propositione; che se vn'angolo del parallelogrammo è retto, tutti gli altri angoli sono retti.

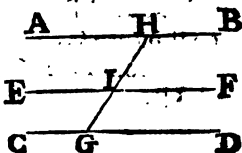
Nel parallelogrammo A l'angolo B è retto. †

Dimostratione.

def.35.	I lati BD, CE / I lati BC, DE sono paralleli;
pr.29.	Gli angoli B, D / Gli angoli B, C / Gli angoli C, E sono eguali à due rette
†	L'angolo B è retto:
ass.3.a	Dunque gli altri angoli D, C, E sono retti.

Teo-

Teor. 21. Prop. 30.

SE due rette sono parallele alla medesima, sono ancora frà di loro parallele.

Le rette AB, EF) sono pa-
Le rette CD, EF) rallele.
Dico che AB, CD sono parallele.

Preparatione.

post. 4.	Nelle estreme AB, CD s'eleggano i punti H, G.
post. 1.	Si conduca la retta HG che tagli EF in I.

Dimostratione.

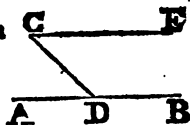
pr. 29. *a*	Gli angoli alterni AHI, HIF sono eguali.
prop. 29. *b.*	L'ang. esterno HIF è vguale all'interno opposto dalla medesima banda IGD.
ass. 1.	Gli angoli alterni AHI IGD sono eguali.
prop. 27	Dunque AB, CD sono parallele.

Pro-

Probl. 10. Prop. 31.

DAta vna linea retta, e vn punto fuori di essa. condurre per il punto vna parallela.

Data la retta AB,
Dato il punto C.
Bisogna condurre CE parallela ad AB.

C E
A D B

Operatione.

post. 4.	In AB si pigli vn punto D.
post. 1.	Si conduca CD.
prop. 23	All'angolo CDA si faccia eguale l'angolo DCE. †
	Dico che CE, AB sono parallele.

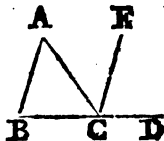
Dimostratione.

†	Gli angoli alterni ECD, CDA si sono fatti eguali.
prop. 27	Dunque CE, AB sono parallele.

Teo-

Teor. 22. Prop. 32.

PRolongandosi vn lato del triangolo, a l'angolo esterno è vguale alli due interni oppositi; & e tutti tre gli angoli interni del triangolo sono eguali à due retti.

Il triangolo è ABC.
Il lato prolongato è BCD.
Dico, che l'angolo esterno ACD è vguale à gli angoli interni oppositi A, B:
Et che gli angoli interni A,B,ACB sono eguali à due retti.

Preparatione.

prop 31	Si conduca CE parallela ad AB.

Dimostratione.

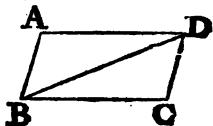
prop.29 *a.*	L'angolo ACE è vguale all' angolo A, che gli è alterno,
prop 29 *b.*	L'ang.esterno ECD è vguale all'angolo interno opposto dalla medesima banda B.
ass.2.	Dunque l'angolo ACD, è vguale, à gli angoli A, B:
ass.2.	Preso l'angolo ACB commune, gli angoli ACD, ACB sono eguali à gli angoli A, B, ACB,
prop.13	Gli angoli ACD, ACB sono eguali à due retti.
ass.1.	Dunque gli angoli A,B, ACB sono eguali à due retti,

Teo-

Teor. 23. Prop. 33.

LE rette, che congiungono le vguali, e parallele dalle medesime bande. a sono eguali β e parallele.

Le rette vguali e parallele sono AD, BC †
Le rette che le congiungono dalle medesime bande sono AB, DC.
Dico che AB, DC sono eguali.
E che le medesime AB, DC sono parallele.

Preparatione.

post.1. | Si conduca BD.

Dimostratione.

† | I triangoli ADB, CBD, oltre il lato BD commune, hanno i lati DA, BC] eguali:
pr.29.a | e gli angoli alterni ADB, CBD]
prop.4.a | Dunque le basi AB, CD sono eguali,
prop 4.γ | E gli ang. ABD, CDB alterni sono eguali:
prop.27 | Dunque AB, DE sono parallele.

Teo-

Teor. 24. Prop. 34.

I parallelogrammi hanno gli angoli, & i lati opposti eguali, e sono diuisi dal diametro in triangoli eguali.

Il parallelogrammo è AC.
Il diametro è BD.
Dico, che i lati AD, BC
e i lati AB, DC
Che gli angoli A, C,
gli ang. ABC, ADC } sono eguali.
Et che i triangoli ABD,
CDB

Dimostratione.

I triangoli ABD, CDB soura la base BD commune, hanno gli angoli alterni DBA, BDC } eguali: *pr. 29. a*
e gli ang. alterni BDA, DBC

prop. 26 Dunque { i lati AD, BC; i lati AB, DC; gl'angoli A, C } sono eguali:

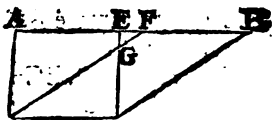
prop 4. β. Dunque i triang. ABC, ADC sono eguali.
aß. 2. Dunque gli ang. ABC, ADC sono eguali.

Corollario.

Da questa propositione è manifesto, che se due lati attorno vn' angolo del parallelogrammo sono eguali, tutti i lati sono eguali.

Teor. 25. Prop. 35.

I Parallelogrammi, che sono sopra la medesima base, e tra le medesime parallele sono eguali.

Le parallele sono AC, CD.
I parallelogrammi ACDE, CDBF.
La base commune CD.
Dico che i parallelogrammi AD FD sono eguali.

Dimostratione.

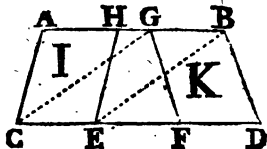
pr. 34.β	I lati opposti AE, CD sono eguali;
pr. 34.β	I lati opposti CD, FB sono eguali;
ass 1.	Le linee AE, FB sono eguali;
ass. 2. *ouero* 3.	Aggiungendo ò leuando EF commune, i lati AF, EB sono eguali,
	I triangoli ACF, EDB, oltre questi, hanno
pr. 34.β	gl'altri lati AC, ED eguali;
pr. 34.β	& i lati CF, DB eguali;
prop. 8.	Gli angoli ACF, EDB sono eguali;
pr. 4.β	I triangoli ACF, EDB sono eguali;
ass. 2. & 3.	Dunque aggiungendo il triangolo CGD, e leuando il triangolo FEG commune, i rimanenti parallelogrammi AD, FD sono eguali.

Teor.

Teor. 26. Prop. 36.

I Parallelogrammi, che sono sourabasi eguali, e trà le medesime parallele. sono eguali.

Le parallele sono AB, CD.
I parallelogrammi I, K.
Le basi eguali CE, FD. †
Dico, che i parallelogrammi I, K sono eguali.

A H G B
I K
C E F D

Preparatione.

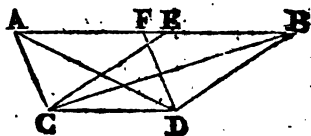
post. 1.	Si conducano le rette CG, EB.

Dimostratione.

†	Le basi CE, FD sono eguali,
pr. 34. *β*	I lati opposti FD, GB sono eguali;
ass. 1.	Le rette CE, GB sono eguali,
	Le rette CE, GB sono parallele;
prop. 33	Le rette CG, EB sono eguali, e parallele;
def. 35.	La figura GE è parallelogrammo.
prop. 35	I parallelogrammi I, GE sono eguali,
prop. 35	I parallelogrammi GE, K sono eguali
ass. 1.	Dūque i parallelogrammi I, K sono eguali.

Teor. 27. Prop. 37.

I Triangoli soura la medesima base, e tra le medesime parallele sono eguali.

Le parallele sono AB, CD.
I triangoli ACD, BCD.
La base commune CD.

Preparatione.

prop. 31	Si conduca CE parallela à DB.
prop. 31	Si conduca DF parallela à CA.

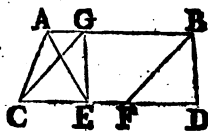
Dimostratione.

prop. 35	I parallelogrammi AD, ED sono eguali.
pr. 34. γ	Il triangolo ACD è la metà del parallelogrammo AD.
pr. 34. γ	Il triangolo BCD è la metà del parallelogrammo ED.
ass. 7.	Dunque i triangoli ACD, BCD sono eguali.

Teo-

Teor. 28. Prop. 38.

I Triangoli, che sono sovra basi eguali, e tra le medesime parallele, sono eguali.

Le parallele sono AB, CD.
I triangoli ACE, BFD.
Le basi eguali CE, FD. †
Dico, che i triangoli ACE, BFD sono eguali.

Preparatione.

prop.31	Si conduca CG parallela à FB.
post. 1.	Si conduca GE.

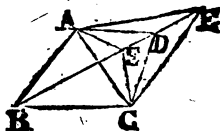
Dimostratione.

def. 35.	La figura GF è parallelogrammo.
pr. 34.ß	I lati opposti FB, CG sono eguali
†	I triangoli BFD, GCE hanno ancora i lati FD, CE eguali,
pr. 29.ß	e gli angoli compresi BFD, GCE eguali;
pr. 4 ß	I triangoli BFD, GCE sono eguali
prop. 37	I triangoli ACE, GCE sono eguali
ass. 1.	Dunque i triangoli ACE, BFD sono egu.

Teor. 29. Prop. 39.

SE due triangoli eguali hanno commune la base, e stanno sourapoſti. ſono trà le medeſime parallele.

I triangoli eguali ſono ABC, DBC. †
La baſe commune è BC.
La linea AD è retta
Dico, che AD, BC ſono parallele.

A E D E B C

Inſtanza.

Non è AD parallela à BC, mà AE.

Riſpoſta, e Preparatione.

poſt. 1. | Si condurrà la retta CE.

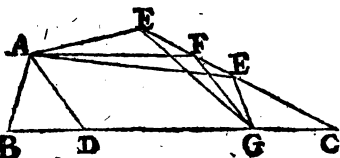
Dimoſtratione.

† | I triangoli DBC, ABC ſono eguali,
prop. 37 | I triangoli ABC, EBC saranno eguali;
aſſ. 1. | I triangoli DBC, EBC saranno eguali; contro l'aſſ. 8.
aſſ. 16. | Dunque AD, BC ſono parallele.

Teo

Teor. 30. Prop. 40.

Se due triangoli eguali sono sovra basi eguali, e dalle medesime bande, sono trà le medesime parallele.

I triang. eguali sono ABD, FGC. †
Le basi eguali sono BD, GC.
La linea AF è retta.
Dico, che AF, BC sono parallele.

Instanza.

Non è AF parallela à BC, ma AE.

Risposta, e Preparatione.

post. 1.	Si condurrà la retta GE.

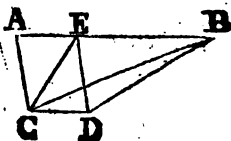
Dimostratione.

†	I triangoli FGC, ABD sono eguali
prop. 38	I triangoli ABD, EGC saranno eguali
ass. 1.	I triangoli FGC, EGC saranno eguali, contro l'ass. 8.
ass. 16.	Dunque AF, BC sono parallele.

Teor. 31. prop. 41.

SE il parallelogrammo, e il triangolo hanno la base medesime, e sono trà le medesime parallele. il parallelogrammo è doppio del triangolo.

Le parallele sono AB, CD.
Il triangolo è BCD.
Il parallelogrammo è AD.
La base commune è CD.
Dico che il parallelogrammo AD è doppio del triangolo BCD.

Preparatione.

post. 1.	Si conduca il diametro CE.

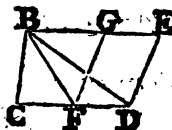
Dimostratione.

pr. 34.	Il parallelogrammo AD è doppio del triangolo ECD.
prop. 37	I triangoli ECD, BCD sono eguali.
ass. 6.	Dunque il parallelogrammo AD, e doppio del triangolo BD.

Pro-

Probl. 11. Prop. 42.

Dati vn triangolo, & vn'angolo, fare nell'angolo vn parallelogrammo eguale al triangolo.

Dato il triangolo BCD
Dato l'angolo CDE
Bisogna fare il parallelogrammo GD eguale al triangolo BCD.

Operatione.

*prop.*10	Si comparta CD in due eguali CF, FD.
*prop.*31	Si conduca BE parallela à CD.
*prop.*31	Si conduca FG parallela à DE.
	Dico, che il parallelogrammo GD è vguale al triangolo BCD.

Preparatione.

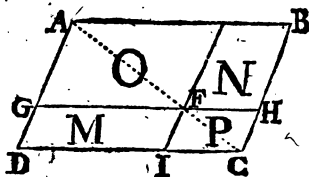
post. 1	Si conduca BF.

Dimostratione.

*prop.*41	Il parallelogrammo GD è doppio del triangolo BFD.
*prop.*38	Il triangolo DFB è vguale al triang. BCF;
*ass.*11.	Il triangolo BCD è doppio del triangolo BFD:
*ass.*6.	Dunque il parallelogrammo GD è vguale al triangolo BCD.

Teor. 32. Prop. 43.

FAcendosi attorno al diametro d'un parallelogrammo due altri parallelogrammi. i compimenti, che rimangono soura e, sotto il diametro, sono eguali.

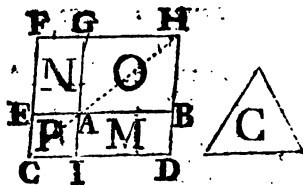
Il parallelogrammo è DB
Il diametro AC
I parallelogrammi attorno al diametro sono O, P.
Dico, che i compimenti M, N sono eguali.

Dimostratione.

pr.34.	I triangoli ABC, ADC sono eguali,
pr.34.	Leuando i triangoli AGF, AEF eguali,
pr 34.	Leuando i triangoli FIC, FHC eguali;
ass.3.	Dunque i compimenti M, N sono eguali.

Pro-

Probl. 12. Prop. 44.

Data vna linea retta, vn'angolo, è vn triangolo. applicare alla retta, e nell'angolo vn parallelogrammo eguale al triangolo.

Data la retta AB.
Dato l'angolo BAI.
Dato il triangolo C.
Bisogna fare il parallelogrammo M eguale al triangolo C.

Operatione.

post. 2. | Si prolunghino BAE, IAG.
prop. 42 | Si faccia il parallelogrammo N eguale al triangolo C nell'angolo EAG. †
post. 2. | Si prolunghino FGH, FEL
prop. 31 | Si conduca per B la DBH parallele à GH.
post. 1. | Si conduca HAL
post. 2. | Si prolunghi FEL
prop. 31 | Si conduca per L la LID parallela à BAE.
| Dico, che il parallelogrammo M è vguale al triangolo C.

Dimostratione.

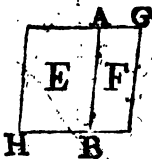
†*pr.* 30. | Sono parallele DBG, IAG, LEF,
†*pr.* 30. | Sono parallele LID, EAB, FGH,
def. 35. *e* 36. | Le figure FD, O, P sono parallelogrammi attorno al commune diametro LH,
prop. 43 | I compimenti M, N sono eguali,
† | Le figure N, C sono eguali,
ass. 1. | Dunque il parallelogrammo M è vguale al triangolo C.

Pro-

Probl. 13. Prop. 45.

DAta vna linea retta, vn' angolo, e vna figura rettilinea. applicare alla retta e nell' angolo vn parallelogrammo eguale alla figura.

Data la retta AB.
Dato l'angolo BAG.
Data la figura CD.
Bisogna fare il parallelogrammo EF eguale alla figura CD.

A G E F H B C D

Operatione.

prop.31 | Si conduca BH parallella ad AG
post. 1. | Si conducano à gli angoli della figura CD le linee rette, per le quali resti compartita ne i triangoli C, D.
prop.44 | Alla AB nell' ang ABG si applichi il parallelogrammo E vguale al triang. C. †
prop.44 | Alla AB nell' ang. BAG si applichi il parallelogrammo F eguale al triang. D. †
| Dico, che il parallelogrammo EF è vguale alla figura CD.

Dimostratione.

† | Le figure E, C } si sono fatte eguali:
† | Le figure F, D }
ass.2. | Dunque il parallelogrammo EF è vguale alla figura CD.

Pro-

Probl. 14. Prop. 46.

D*Ata vna linea retta: fare soura di quella vn quadrato.*

Data la linea retta AB.
Bisogna fare il quadrato E.

D C
E
A B F

Operatione.

prop. 11 *c.* 3.	Si alzi AD perpendicolare ed eguale ad AB. †
prop. 31	Si conducano BC, DC parallele à DA, AB.
	Dico, che E è quadrato.
	Dimostratione.
def. 35.	La figura E è parallelogrammo,
†	I lati AD, AB sono eguali;
c. pr. 34	Tutti i lati di E sono eguali.
†	L'angolo A è retto
c pr 29	Tutti gli angoli di E sono retti
def. 29.	Dunque E è quadrato.

Corollarij.

1 E' manifesto, che sono eguali i quadrati, che si fanno da i lati eguali.

Poiche, adattandosi le basi eguali, gli angoli retti, e e gli altri lati eguali; si adattano ācora i quadrati.

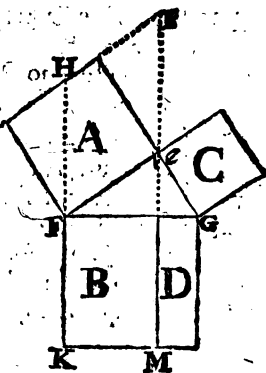
2 E' manifesto ancora, che sono eguali i lati dei quadrati eguali.

Poiche, adattandosi gli angoli retti; stanno soura posti i lati concorrenti, e s'adattano; altrimenti saranno i quadrati diseguali, contro la suppositione.

Ne

Teot. 33. Prop. 47.

Ne i triangoli rettangoli, il quadrato dell'Ipotenusa è vguale à i quadrati de gli altri lati.

Il triangolo FEG è rettangolo
L'Ipotenusa è FG.
Il quadrato di FG è composto delle figure B, D
I quadrati di FE, EG sono AC.
Dico, che il quadrato BD è vguale à i quadra. A, C.

Preparatione.

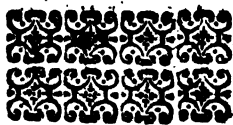
post 1.a	Si prolunghino KH, LI.
prop. 31	Si conduca per E la IEM parallela à KF.

Di-

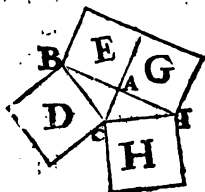
Dimostratione.

aß.12.	Gli angoli retti LFE, HFG sono eguali;
aß. 3.	Leuando l'angolo HFE commune, gli angoli rimanenti LFH, EFG sono eguali,
aß.12. def. 29.	Oltre questi ne i triangoli LFH, EFG, gli angoli retti L, FEG, & le basi LF, EF sono eguali;
pr. 26.ß	I lati FH, FG sono eguali,
def. 29.	I lati FG, FK sono eguali;
aß.1.	Le basi FH, FK sono eguali;
prop.36	I parallelogrammi FI, B } sono eguali;
prop.35	I parallelogrammi FI, A } sono eguali;
aß.1.	I parallelogrammi B, A sono eguali. †
†	Parimente i parallelogrammi DC, sono eguali.
aß.2.	Dunque il quadrato BD è vguale à i quadrati A, C.

Teo-

Teor. 34. Prop. 48.

SE vn lato del triangolo hà il quadrato eguale à i quadrati de gli altri lati. è opposto all' angolo retto.

Il triangolo è ABC.
Il quadrato di BC è D
I quadrati di AB, AC sono E, F.
Il quadrato D è vguale à i quadrati EF †
Dico, che l' ang BAC è retto,

Preparatione.

prop. 11 *c* 3.	Si alzi A perpendicolare à CA & eguale à BA ℞
post. 1.	Si conduca CI
prop. 46	Soura AI, CI si facciano i quadrati G, H,

Dimostratione.

†	Il quadrato D è vguale à i quadrati E, F,
c. pr 46	I quadrati E, G sono eguali;
ass. 2.	Il quadrato D è vguale à i quadrati E, F.
prop. 47	Per l' angolo retto CAI, il quadrato H è vguale à i quadrati G, F,
ass. 1.	I quadrati D, H sono eguali
cor. 2. *pr* 46. ℞	I triangoli ABC, AIC oltre il lato AC cômune, hanno i lati BC, CI & i lati AB, AI } eguali;
prop. 8.	Gli angoli CAI, CAB sono eguali
℞	L'angolo CAI è retto
ass. 1.	Dunque l'angolo BAC è retto

LI-

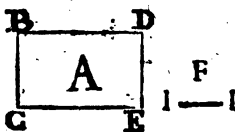
LIBRO SECONDO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONE VNICA.

RETtangolo di due linee si dice, vn parallelogrammo rettangolo; nel quale le due linee nominate, ouero quelle, che gli sono eguali, stanno attorno all'angolo retto.

Le due linee sono BC, F
Si alza CD perpendicolare à BC.
Si taglia CD eguale ad F.
Per D si conduce DF paralle-la à CB
Per B si conduce BE parallela à CD
Si concepisce il parallelogrammo rettangolo A sotto nome del rettangolo BC, F.

B D A F G E

Corollario.

Per questa definitione è manifesto, che i triangoli di linee vguali sono eguali.

Le due BC, IG } sono eguali
Le due CD, GH }
Dunque i rettangoli A, IGH sono eguali.

F G H

As-

Assioma Vnico.

L'Vguaglianza, che trà più cose consiste, si conserua la medesima, benche tutte, ouero alcune si mutino nelle sue eguali.

A, B; C sono eguali à D, E;
A, B sono eguali ad F;
C è vguale à G;
D, E sono eguali ad H, I, K:
Dunque F, G sono eguali ad H, I, K.

A B	C	D		E
F	G	H	I	K

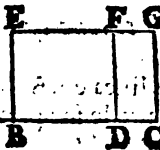
Teor.

Teor. I. Prop. I.

I Rettangoli d' vna linea, e di tutte le parti di vn altra, sono eguali al rettangolo dell' vna, e l' altra.

E F G

A B D C

Le due linee sono AB, BC.
Tutte le parti di BC sono BD, DC.
Dico, che i rettãgoli ABD, AB. DC sono eguali al rettangolo ABC.

Preparatione.

pr 11.1.	Si alzi BE perpendicolare à BC.
pr. 3. 1.	Si tagli BE eguale ad BA.
pr. 31.1.	Si conducano CG, DF parallele à BE.
pr. 31.1.	Si conduca EG parallela à BC.

Dimostratione.

d. 35. 1.	Le figure ED, FC, EC sonò parallelogrãmo
c. pr. 29.	I parallelogr. ED, FC, EC sono rettangoli.
as. 11. 1.	I rettangoli ED, FC, sono eguali al rettangolo EC.†
	Il rettangolo ED dicesi il rettang. ABD
def. vn.	E perche, DF, FC, EC sono eguali,
pr 34. β.	il rettangolo FC dicesi il rettãg. AB.CD.
def. vn.	Il rettangolo EC dicesi il rettangolo ABC.
def. vn.	Dunque i rettangoli ABD, AB. DC sono
ass. vn.†	eguali al rettangolo ABC.

BD, FC | EC.

ABD, AB.DC | ABC.

Teor. 2. Prop. 2.

I Rettangoli d'una linea, e di tutte le sue parti sono eguali al suo quadrato.

La linea è AB
Tutte le sue parti sono AC, BC
Dico, che i rettangoli BAC, ABC sono eguali al quadrato di AB.

A ——————— B
A ———— C ——— B

Preparatione.

post.5. | Si ripigli la medesima linea AB, AB.

Dimostratione.

pr.1,2. | I rettangoli BAC, ABC sono eguali al rettangolo ABA †
c.d.vn. | Il rettangolo ABA è il quadrato di AB
ass.vn. † | Dunque i rettãg. BAC, ABC sono eguali al quadrato di AB.

Teor.

Teor. 3. Prop. 3.

DIuisa vna linea in due parti, il rettangolo di tutta, e d'vna parte eletta, è vguale al rettangolo dalle parti, con il quadrato della medesima parte eletta.

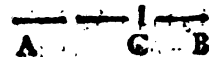
La linea AB è diuisa in due parti AC, CB.
AC è la parte eletta.
Dico, che il rettangolo BAC è vguale al rettangolo BCA. con il quadrato di AC.

A C
A C B
A

Preparatione.

post.5.	Si ripigli la medesima parte eletta AC, CA

Dimostratione.

pr.1.2.	Il rettangolo BAC è vguale à i rettangoli BCA, ACA.
c.d.vn.	Il rettangolo BAC è il quadrato di AC.
ass.vn.	Dunque il rettangolo BAC è vguale al rettangolo BCA, con il quadrato di AC

DAB	DA.CB, DAC
BAC	BCA, quad. AC

Teor. 4. Prop. 4.

Diuisa vna linea in due parti, il quadrato di tutta è vguale à due rettangoli delle parti, con i quadrati delle parti.

La linea AB è diuisa in due parti AC, CB.

A C B

Dico, che il quadrato di AB è vguale à due rettangoli ACB, con i quadrati di AC, CB.

Dimostratione.

pr.2.2.	Il quadrato di AB è vguale à i rettangoli BAC, ACB
pr.3.2.	Il rettangolo BAC è vguale al rettangolo BCA, con il quadrato di AC
pr.3.2.	Il rettangolo ABC è vguale al rettangolo BCA, con il quadrato CB
ass.vn.	Dunque il quadrato di AB è vguale à due rettang. BCA con i quadrati di AC, CB.

quad. AB	BAC,	ACB
quad. AB	BCA, quad. AC,	BCA, quad. CB

Teo-

Teor. 5. Prop. 5.

Diuiso vna linea in parti eguali, & in parti disegguali. il rettangolo delle parti diseguali, con il quadrato della portione, che è trà i segmenti, è vguale al quadrato della metà.

La linea AB è diuisa in parti eguali AC, CB; & in parti diseguali AD, DB.

A C D B

Dico, che il rettangolo ADB, con il quadrato CD è vguale al quadrato di CB.

Dimostratione.

pr.2.2.	I rettangoli CBD, BCD sono eguali al quadrato di CB
c.d.vn.	I rettangoli CBD, AC. sono eguali
pr.3.2.	Il rettangolo BCD è vguale al rettangolo CDB con il quadrato di CD
ass.vn.	rettangoli AC.DB, CDB, con il quadrato di CD sono eguali al quadrato di CB
pr.1.2.	I rettangoli AC. DB, CDB sono eguali al rettangolo ADB
ass.vn.	Dunque il rettangolo ADB con il quadrato di CD è vguale al quadrato di CB.

CBD,	BCD	quad. BC.
AC.DB	CDB, quad. CD	
ADB,	quad. CD	quad. BC

Teor. 6. Prop. 6.

Diuisa vna linea retta in parti eguali, ed aggiuntale vn' altra. il rettangolo di tutta con l'aggiunta, & dell' aggiunta, insieme col quadrato della metà sono eguali al quadrato, che si fa dalla metà, e dall' aggiunta, come da vna sola linea.

La linea EC è diuisa in parti eguali EC, CD

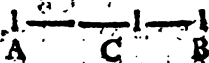
A E C D B

L' aggiunta è DB

Dico, che il rettangolo EBD, con il quadrato CD è vguale al quadrato CB.

Preparatione.

post.3.	Si prolunghi BE in A
pr.3.1.	Si tagli EA eguale à DB †

Dimostratione.

as.2.1.†	CA, CB sono eguali
	La linea AB è diuisa in parti eguali AC, CB, & in parti diseguali AD, DB.
pr.5.2.	Il rettangolo ADB con il quadrato di CD sono eguali al quadrato di CB ℞
as.2.1 †	AD, EB sono eguali
c d.vn.	I rettangoli ADB, EBD sono eguali
as vn.℞	Dunque il rettang. EBD con il quadrato di CD sono eguali al quadrato di CB.

ADB	quad. CD		quad. CB
EBD	quad. CD		quad. CB

Teo-

Teor. 7. Prop. 7.

Diuisa vna linea in due parti, i quadrati di tutta, & di vna parte sono eguali à due rettangoli di tutta, e della medesima parte, con il quadrato della rimanente.

La linea AB è diuisa in due AC, CB.

A C B

Dico, che i quadrati BA, AC sono eguali à due rettangoli BAC con il quadrato di CB.

Dimostratione.

pr. 4. 2. | Il quadrato BA è vguale à due rettangoli BCA con i quadrati AC, CB.
| Aggiungendo commune il quadrato AC
ass. 2. 1. | I quadrati di BA, AC sono eguali à due rettangoli BCA, due quadrati di AC, con il quadrato di CB. †
pr. 3. 2. | I due rettangoli BCA con due quadrati AC sono eguali à due rettangoli BAC
ass. com. † | Dunque i quadrati BA, AC sono eguali à due rettang. BAC con il quadrato CB.

qua. BA, quad. AC | 2 BCA, 2 quad. AC, quad. CB
qua. BA, quad. AC | 2 BAC, quad. CB

Teo-

Teor. 8. Prop. 8.

DIuisa vna linea in due parti. quattro rettangoli di tutta, & di vna parte eletta, con il quadreto della rimanente, cōpongano il quadrato d' vna linea cōposta di tutta, e della medesima parte eletta.

La linea AB è diuisa in due AC, CB

CB e la parte eletta

AD è composta di AB, BC.

A C B D

Dico, che quattro rettangoli ABC, con il quadrato di AC compongono il quadrato di AD.

Dimostratione.

pr. 7.2.	Due rettangoli ABC cō il quadrato di AC sono eguali à i quadrati di AB, BC
ass. 3.1.	Le rette BC, BD } sono eguali.
def. vn.	I rettangoli ABC, ABD } sono eguali.
def. vn.	I quadrati BC, BD } sono eguali.
ass. 2.1.	Aggiongendo due rettāgoli ABD cōmuni
ass. vn.	Quattro rettang. ABD con il quad. di AC sono eguali à due rettangoli ABD con li quad. di AB, BD.
pr. 4.2.	Due rettang. ABD con il quad. di AB, BD sono eguali al quadrato di AD
ass. an.	Dunque quattro rettang. ABC cō il quad. di AC sono eguali al quadrato di AD

2 ABC, quad. AC	qua. AB, qua. BC
2 ABD, 2 ABC,	2 ABD, que. AB qua. AB
4 ABC, qua. AC	qua. AD.

Teo-

Teor. 9. Prop. 9.

Diuisa vna linea in parti eguali, & in parti disseguali; i quadrati delle disseguali sono doppo de i quadrati della metà, e della linea terminata da i segmenti.

AB è diuisa in parti eguali AC, CB, & in parti disseguali AD, DB.

A C D B

Dico, che i quadrati di AD, DB sono doppij de i quadrati di AC, CD.

Dimostratione.

pr. 7. 2.	Due rettangoli BCD con il quad. di DB sono eguali à i quadrati di BC, CD.
def. vn.	I rettangoli BCD, ACD) sono eguali I quadrati BC, AC
ass. vn.	Due rettang. ACD con il quadrato di BD sono eguali à i quadrati di AC, CD
ass. 2. p.	Due rettang. ACD con i qu. di AC, CD, DB sono dopij de i quadrati AC, CD
pr. 4. 2.	Duo rettang. ACD con i quadrati di AC, CD sono eguali al quadrato di AD
ass. 2. p.	Dunque i quadrati di AD, DB sono doppij de i quadrati di AC, CD.

2 BCD, qua. DB — qu. BC, qua. DC

qu. BC qu. CD, 2 BCD — 2 qu. BC, 2 qu. DC

qu. AD, qua. DB — 2 qu. BC, 2 qu. DC

Teo-

Teor. 10. propo. 10.

Diuisa vna linea in parti eguali, & aggiuntale vn'altra: i quadrati della composta, & dell'aggiunta sono doppij de i quadrati della metà, & della rimanente con l'aggiunta.

| A | E | C | D | B |

La linea ED è diuisa in parti eguali EC, CD l'aggiunta è DB.

Dico che i quadrati EB, BD sono dopij de i quadrati EC, CB.

Preparatione.

post. 3.	Si prolunghi BE in A
pr. 3. 1.	Si tagli EA eguale à DB.

Dimostratione.

assi. 1. †	CA CB sono eguali
pr 9. 2.	I quadrati AD, DB sono dopij de i quadrati AC, CD
cor. pr.	I quadrati AD, EB
46. 1.	I quadrati DC, EC } sono eguali
as. pr. B.	I quadrati AC, CB
	Dunque i quadrati EB, BD sono dopij de i quadrati EC, CB.

quad. AD,	quad. DB	2 quad. AC,	2 quad. CD
quad. EB,	quad. DB	2 quad. CB,	2 quad. EC.

Pro-

Probl. 1. Prop. 11

Data una linea retta, diuiderla in due parti, che il rettangolo di tutta, e d'una parte, sia eguale al quadrato dell'altra parte.

Data la retta GB

Bisogna diuiderla in due GC, CB; che il quadrato di GC sia eguale al rettangolo GBC.

Operatione.

pr.11.1.	Si alzi HGF perpendicolare ad GB
pr.3.1.	Si tagli GF eguale ad GB
pr.10.1.	Si diuida GF in due eguali GA, AF.
post.1.	Si conduca AB
pr.3.1.	Si tagli AH eguale à AB
pr.3.1	Si tagli GC eguale ad GH

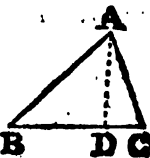
Dimostratione.

pr.6.2.	Il rettang. FHG con il quadrato di GA; Il quadrato di AH;
pr.47.1	Il quadrato di AB. I quadrati di GB, GA sono eguali frà di loro.
T.d. vn	Il rettang. BGC con il quadrato di GC; Il rettang. FGH con il quadrato di GH;
pr.3.2	Il rettangolo FHG;
6. ass.3	Il quadrato di GB;
pr.2.2	I rettangoli BGC, GBC sono eguali frà di loro
p.7. ass. 3.	Dunque il quadrato di GC è eguale al rettangolo GBC

Teo-

Teor. 11. Prop. 12.

IN ogni triang. non rettang. eletto vn ang. acuto, e mandata da vn'altr'ang. alla base opposta la perpendicolare: i quadrati de i lati, che comprẽdono l'ang. eletto, sono eguali al quadrato del rimanente lato, con due rettang. della base, e di quella portione della medesima base, che stà trà l'angolo eletto, e la perpendicolare.

Il triangolo ABC non è rettangolo
L'angolo B è l'acuto eletto
Alla base BC si manda la perpendicolare AD
Dico, che i quadrati di AB, BC sono eguali al quadrato di AC con due rettangoli CBD.

Dimostratione.

pr. 47. 1.	Il qua. di AB è vguale à i qua. di AD, DB.
pr. 4. 2.	Il quad. di BC è vguale à i quad. di BD, DC, con due rettangoli BDC
ass. 2. 1.	I qu. di AB, BC sono eguali à i qu. di AD, DC, cõ due qua. BD, e due rettãg. BDC †
pr. 47. 1.	I qu. di AD, DC sono eguali al qu. di AC
pr. 3. 2.	Due quad. di DB, e due rettang. BDC sono eguali à due rettangoli CBD
† ass. vn.	Dunque i qua. di AB, BC sono eguali al quadrato di AC, con due rettang. CBD.

qu. AB, qu. BC | qu. AD, qu. DC, 2 qu. BD, 2 BDC.

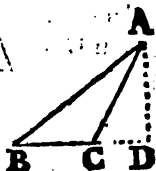
qu. AB, qu. BC | qu. AC, 2 CBD.

Teo-

Teor. 12. Prop. 13.

NEl triãg. ottusiangolo mandata da vn'angolo acuto alla base opposta la perpẽdicolare. i quadrati de i lati, che comprẽdono l'ang. ottuso con due rettãg. delle parti della base prolongata sono eguali al qua. del rimanente lato.

Nel triang. ABC l'ang. C è ottuso Alla base BC si manda la perpendicolare AD.

Dico, che i quadrati di AC, CB, con due rettangoli BCD sono eguali al quadrato di AB.

Dimostratione.

pr.47.1.	I quadrati di AD, DB sono eguali al quadrato di AB †
pr.4.2.	Il quadrato di DB è vguale à i quadrati di DC, CB con due rettangoli DCB.
† *ass.vn.*	I quadrati di AD, DC, CB, con due rettangoli DCB sono eguali al quad. di AB.
pr.47.1.	I quadrati di AD, DE sono eguali al quadrato di AC
ass.vn.	Dunque i quad. di AC, CB, con due rettang. DCB sono eguali al quad. di AB

qua. AD, qua. DB — quad. AB

qua. AD, qua. DC, quad. CB, 2 DCB

qua. AC, quad. CB, 2 DCB — quad. AB

Pro-

Probl. 2, Prop. 14.

Data una figura rettilinea, fare vn quadrato eguale.

Sia data la figura rettilinea A. Bisogna fargli eguale il quadrato di DH.

A B C G D H E F

Operatione.

pr.45.1.	Si faccia il rettangolo B eguale ad A
post. 2.	Si prolonghino i lati CDE, FDH
pr.3.1.	Si tagli DE vguale à DF
pr. 10 1.	Si diuida CE in due vguali CG, GE
post. 3.	Dal centro G per CE si conduca la circonferenza CHE.
post. 1.	Si conduca la retta GH.

Dimostratione.

pr.47.1.	I quadrati di DH; DG;
def. vii.	Il quadrato di GH;
pr.5.2.	Il quadrato di GE
ass. vn.	Il rettang. CDE con il quadrato di GD
ass. vn.	Il rettangolo B con il quadrato di GD
	La figura A con il quadrato di GD sono eguali frà di loro
ass.3.	Dūque il quad. di DH è vguale alla fig. A.

LIBRO TERZO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *EGuali sono quei circoli, che hanno i diametri, ouero i raggi eguali.*

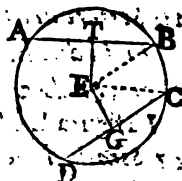
2 *Tangēte del circolo si dice, quella linea retta che cōdotta al circolo, e prodotta, nō lo taglia.*

3 *Tangenti, si dicono quei circoli, che toccandosi, non si tagliano l'vno l'altro.*

4 *Corda è vna linea retta terminata da due punti della circonferenza del circolo.*

5 *Nel circolo si dicono equidistanti dal centro quelle corde, soura le quali cascano dal centro le perpendicolari eguali.*

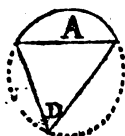
Nel circolo AB CD le rette AB, CD sono corde talmente constituite, che dal centro del circolo E, conducendosi le perpendicolari EF, EG sono eguali se AB, CD si dicono equidistanti dal centro E.

A T B E C G D

6 *Segmento del circolo, si dice vna figura terminata da vna corda, & da vna portione della circonferenza.*

7 An-

7 *Angolo del segmento, si dice; l'inchinatione della circonferenza alla corda del segmento.*

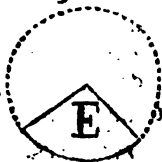
8 *Angolo sourapposto al segmento, si dice quello, che contengono due linee rette condotte da gli estremi ad un punto intermedio nella circonferenza del segmento.*

9 *Angolo sottoposto al segmento, si dice, l'angolo nel segmento, che resta à compire il circolo.*

La figura A è segmento.
B è l'angolo del segmento.
C è l'angolo sourapposto al segmento A.
D è l'angolo sottoposto al segmento A.

10 *Settore del circolo si dice, una figura contenuta da due linee rette, che fanno ang. nel centro, & da una portione della circonferenza.*
La figura E. è settore.

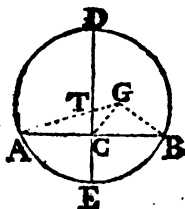
11 *Simili si dicono, quei segmenti, ne i quali gli ang. sourapposti, e sottoposti sono eguali.*

E

Pro-

Probl. 1. Prop. 1.

D*Ato vn circolo, trouare il centro.*

Dato il circolo DAEB
Bisogna trouare il suo centro F.

Operatione.

post. 4.	Si pigli nel circolo la corda AB
pr. 10.1.	Si diuida AB in due eguali AC, CB †
pr. 11.1.	Si alzi, e prolonghi la corda DCE perpendicolare ad AB
e *post.* 2.	Si diuida DE in due eguali DF, FE.
pr. 10.1.	Dico, che F è centro del circolo DAEB.

Instanza.

Non è F centro del circolo DAEB; mà G.

Preparatione.

post. 1.	Si conducano le rette GA, GC, GB.

Risposta.

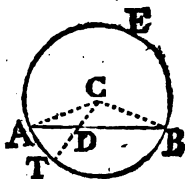
†	Ne i triangoli GAC, GBC il lato GC è commune, & i lati CA, CB sono eguali
d. 15.1.	Le basi GA, GB saranno eguali
pr. 8.1	Gli angoli GCA, GCB saranno eguali
d. 10.1. & *as.* 12.	L'angolo GCA sarà retto, ed eguale all' angolo DCA contro l'ass. 9.
ass. 16.	Dunque F è centro del circolo DAEB.

F Teo-

Teor. 1. Prop. 2.

LA Corda è compresa nel suo circolo.

La retta AB è vna corda del circolo ABE

Dico, che AB è compresa nel circolo ABE.

Preparatione.

*pr.*1.3.	In AB si pigli vn punto D.
*post.*1.	Si troui il centro del circolo C.
*post.*2.	Si conducano le rette CA, CDT, CB

Dimostratione.

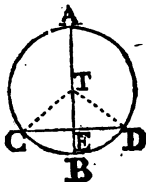
*pr.*16 1	L'angolo CDB è maggiore dell' ang. CAB
*d.*15.1.	I lati CA, CB sono eguali
*pr.*5.1.	L'angolo CAB è vguale all' angolo CBA
*as.*1.1.β	L'angolo CDB è maggiore dell'ang. CBD
*pr.*19.1	CB è maggiore di CD
*d.*15.1.	CB è vguale à CT
*as.*1.1.γ	CT è maggiore di CD.
*d.*15.1.	CT è compresa nel circolo
*def.*3.1.	Il punto D è compreso nel circolo
	Così si dimostra, che tutti i punti della corda AB sono compresi nel circolo.
*def.*3.1.	Dunque la corda AB è cōpresa nel circolo.

Teo-

Teor. 2. Prop. 3.

SE il diametro del circolo taglia in parti eguali vna corda, che non è diametro gli è perpendicolare: e se gli è perpendicolare. β la taglia in parti eguali

AEB è diametro del circolo ACBD
La retta CED è vna corda, che non è diametro.
Se CE è vguale ad ED.
Dico, che AB è perpendicolare à CD.

Preparatione.

pr. 1.3. | Si troui il centro de circolo T
post. 1 | Si conducano le rette TC, TD.

Dimostratione.

| Ne i triãg. TEC, TED il lato TE è cõmune
† | I lati CE, ED sono eguali
d. 15.1. | Le basi CT, TD sono eguali
pr. 8.1. | Gli angoli TEC, TED sono eguali.
d. 10.1. | Dunque AB è perpendioolare à CD.

Se AB è perpendicolare à CD
Dico, che CE è vguale ad ED.

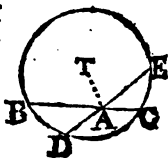
Dimostratione.

| Ne i triãg. TEC, TED il lato TE è cõmune
pr. 5.1. | Gli angoli TCE, TDE sono eguali
ass. 12. | Gli angoli retti TEC, TED sono eguali
p. 26.1. β | Dunque CE è vguale ad ED.

 Teo-

Teor. 3. Prop. 4.

Tagliandosi due corde in vn punto, che non è centro del circolo. non può essere, che ambedue si taglino in parti eguali.

BAC, DAE sono due corde del circolo BDCE, che si tagliano nel punto A.
Il punto A non è centro del circolo
Se BA è vguale ad AC
Dico, che DA non è vguale ad AE.

Preparatione.

pr.1.3.	Si troui il centro T.
post. 1.	Si conduca la retta TA.

Instanza.

DA eguale ad AE.

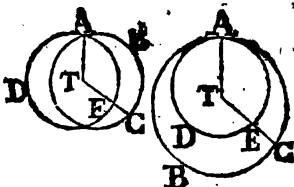
Risposta.

pr.3.3.	TA sarà perpendicolare à DE. e l'angolo TAE sarà retto
pr.3.3.	TA è perpendicolare à BC è l'angolo TAC è retto
ass.12.	Gli angoli TAE, TAC saranno eguali. contro l'ass. 9.
ass.16.	Dunque DA non è vguale ad AE.

Teo-

Teor. 4. Prop. 5.

Quando due circoli si segano, non hanno il medesimo centro.

Due circoli ABC, ADE si segano in A.
T è il centro del circolo ABC:
Dico, che T non è centro del circolo ADE.

Preparatione.

prop.4	Si prenda il punto E della circonferenza ADE, che sia compreso nel circolo ABC
post.1.	Si conducano le rette TA, TEC

Instanza.

T è centro del circolo ADE.

Risposta.

d.15.1.	AT, TE saranno eguali
d.15.1.	AT, TC sono eguali
ass.1.	TE, TC saranno eguali contro l' ass.9.
ass.16.	Dunque T non è centro del circolo ADE.

Teor. 5. Prop. 6.

Quando due circoli si toccano l' uno dentro all' altro in un punto non hanno il medesimo centro.

Si dimostra come la precedente.

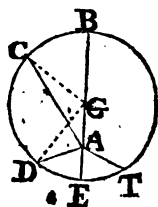
Teor.6. Prop. 7.

SE da vn punto, che è nel circolo, ma non è centro, si condurranno alla circonferenza alcune linee rette. a quella, che passa per il centro, e la massima di tutte β; e prolongandosi la rimãente, e la minima di tutte; γ e delle altre quelle, che sono più vicine alla massima, sono maggiori; δ e non può essere, che più di due, prese dall'vna banda, e dall'altra siano eguali frà di loro.

A è vn punto nel circolo BCDET che non è centro.
G è il centro del circolo
EAGB, AC, AD, AT sono linee rette
AD, AT sono eguali, e sono poste dall' vna banda, e dall'altra.
Dico, che AB è massima di tutte.
Che AE è minima.
Che AC è maggiore di AD
Et che non può essere, che tre linee AG, AD, AT siano eguali trà di loro.

Preparatione.

post. 1. | Si conducano le rette GC, GD.

Di-

Dimostratione.

d. 15. 1.	GB è vguale à GC
*ass.*2.	AGB è vguale alle due AGC
*pr.*20.1.	AGC sono maggiori di AC
*as.*1.1.β.	AB è maggiore di AC
	Così si prouarà, che AB è maggiore d'ogn' altra, condotta dal punto A alla circonferenza.
	Dunque AB è massima di tutte.
d. 15. 1.	GAE è vguale à GD
*pr.*20.1.	GD è minore delle due GAD
*ass.*1.δ	GAE à minore delle due GAD
*aβ.*3.	AE è minore di AD
	Così si prouarà, che AE è minore d'ogn' altra.
	Dunque AE è minima di tutte.
d. 15.1.	Ne i triang. GCA, GDA i lati CG, GD sono eguali, il lato GA è commune. e l'ang. CGA è maggiore dell'angolo DGA
*ass.*9.	
pr. 24.1.	Dunque AC è maggiore di AD.
*ass.*16.	Dunque non può essere, che AC, AD, AT siano eguali.

 Teo-

Teor. 7. Prop. 8.

SE da vn punto preso fuori del circolo nel medesimo piano si condurranno alla circonferenza alcune linee rette. α quella, che passa per il centro, e termina nel cauo della circōferenza, è la massima di tutte; β quella, che termina nel conuesso della circonferenza, e và à dirittura al centro, è la minima di tutte; γ delle rimanenti, che terminão nel cauo, la più vicina alla massima è maggiore; δ delle rimanēti, che terminano nel conuesso, la piu vicina alla minima è minore. ε vna che sia terminata nel cauo, è sempre maggiore d'vna, che sia terminata nel conuesso; ζ e tra tutte nō può esser, che più di due prese dall' vna banda, e dall' altra, siano eguali fra di loro.

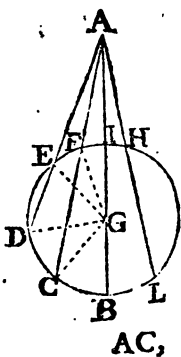
A è vn pūto fuor del circolo EDCB posto nel medesimo piano.

G è il centro del circolo

AIGB, AC. AD, AL sono rette terminate nel cauo della circonferenza.

AI, AF, AE, AH sono rette terminate nel conuesso della circonferenza.

AF, AH sono eguali, e sono poste dall' vna banda, e dall' altra.

AC,

AC,AL sono eguali, e sono poste dall' vna banda, dall' altra.

Dico, che AB è massima di tutte

Che AI è minima di tutte

Che AC è maggiore di AD

Che AF è minore di AE

Che AC è maggiore di AE

Et che non può essere, che tre linee

AE AF, AH
ouero AC, AD, AL } siano eguali frà di loro.
ouero AC, AE, AL

Preparatione.

post. 1.	Si conducano le rette GC, GD, GE, GF,

Dimostratione.

d. 15.1.	GB, GC, sono eguali
ass. 2.	AB è vguale alle due AGC
pr 20.1.	AGC sono maggiori di AC
as. 1.1.β	AB è maggiore di AC
	Così si prouarà, che AB è maggiore d'ogni altra.
	Dunque AB è massima.
pr. 20.1.	AIG è minore delle due AFG
d. 15.1.	IG, GF sono eguali
as. 1.1.γ	AI è minore di AF
	Così si prouarà, che AI è minore d'ogni altra.
	Dunque AI è minima.

Nei

Ne i triang. AGC, AGD
il lato AG è commune, i lati GC: GD, sono eguali, l'angolo AGC è maggiore dell' angolo AGD. — *d. 15. 1.* *ass. 9.*

Dunque AC è maggiore di AD. ℞ — *pr. 24. 1.*

Ne i triang. AGF, AGE, il lato AG è commune, i lati GF, GE sono eguali, l'angolo AGF è minore dell'angolo AGE — *d. 15. 1.* *ass. 9.*

Dunque AF è minore di AE — *pr. 24. 1.*

Ne i triangoli AGC, AGE il lato AG è commune i lati GC, GE sono eguali, l'angolo AGC è maggiore dell'angolo AGE. — *d. 15. 1.* *ass. 9.*

Dunque AC è maggiore di AE. — *pr. 24. 1*

Dunque non può essere, che tre linee — *ass. 16.*

℞	AC, AE, AL	Siano eguali frà di loro.
	ouero AC, AD, AL	
†	ouero AE, AF, AH	

Teor.

Teor. 8. Prop. 9.

SE da vn punto compreso nel circolo si condurranno più di due linee rette eguali. quel punto è centro del circolo.

A è punto nel circolo BCDE
AC, AD, AE sono tre linee rette eguali frà di loro.
Dico, che A è centro.

Instanza.

A nõ è cētro del circolo BCDE.

Risposta.

pr.7.3. | Nõ potrà essere, che le tre AC, AD, AE siano eguali frà di loro cõtro la suppositione.

ass.16. | Dunque A è centro del circolo BCDE.

Teór. 9. Prop. 10.

DVe circoli non si segano in trè punti.

Instanza.

Due circoli AB, CD si segano in tre punti E, F, G.

Preparatione.

pr.1.3. | Si troui il centro del circolo AB, che sia H.

post.1. | Si conducano le tre rette HE, HF, HG.

Risposta.

d.15.1. | Le tre rette HE, HF, HG sono eguali

pr.9.3 | H sarà centro ancora del circolo CD contro la prop. 5. 3.

ass.16. | Dunque due circoli AB, CD non si segano in tre punti E, F, G.

Teo-

Teor. 10. Prop. 11.

SE due circoli si toccano l'vno dentro all'altro. i centri, e il punto del toccamento sono in vna linea retta.

Due circoli CDE, CEG si toccano nel punto C.
Il centro del circolo CDF è A
Il centro del circolo CEG è B
Dico, che ABC è vna linea retta

Instanza.

Non è ABC linea retta; ma ABED.

Risposta.

pr. 7. 3.	Sarà BD minore di BC
d. 15. 1.	BC è vguale à BE
ass. 1. 1.	Sarà BD minore di BE contro l'ass. 9.
ass. 16.	Dunque ABC è vna linea retta.

Teo-

Teor. 11. Prop. 12.

SE due circoli si toccano per di fuori, i centri, e il punto del toccamento sono in vna linea retta.

Due circoli CDF, CEG si toccano nel punto C.
Il centro del circolo CDF è A
Il centro del circolo CEG è B
Dico, che ACB è vna linea retta.

Instanza.

Non è ACB linea retta, ma ADEB.

Risposta.

ass.16.	Le due AD, EB sono minori di AB
d.15.1.	AD, AC } saranno eguali.
d.15.1.	EB, CB }
ass.vn.2	Le due ACB saranno minori di AB. contro la prop. 20. 1.
ass.16.	Dunque ACB è vna linea retta.

Teo-

Teor. 12. Prop. 13.

D*Ve circoli non si toccano in più d'vn punto.*

Instanza.

I due circoli AB, CD si toccano in due punti E, F.

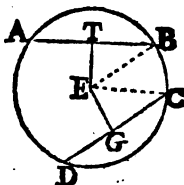
Preparatione.

pr. 1.3.	Si trouino i centri G, H.
post. 1.	Si conducano le rette GE, EH, HF, FG
	Risposta nella prima figura.
pr. 11.3	EGH è vna linea retta
d. 15.1.	EGH è vguale ad HF
	EGH è la metà delle due EGHF.
pr. 11.3	GHF è vna linea retta
d. 15 1.	EG è vguale à GHF.
	EG è la metà delle due EGHF.
ass. 7.	EG, EGH sono eguali. contro l'ass. 9.
	Risposta nella seconda figura.
pr. 12.3	HEG, HFG sono linee rette
	Due linee rette HEG, HFG chiuderanno figura contro l'ass. 10.
ass. 16.	Dunque due circoli AB, CD nõ si toccano in due parti.

Teo-

Teor. 13. Prop. 14.

NEl circolo α le corde eguali sono equidistanti dal centro ß; & le equidistanti dal centro sono eguali.

Nel circolo ABCD sono eguali le corde AB, CD. †
Dico, che AB, CD sono equidistanti dal centro.

Preparatione.

pr.1.3. | Si troui Il centro E
pr.12.1. | Si conducano le perpendicolari ET, EG ad AB, DC.
post.1. | Si conducano le rette EB, EC.

Dimostratione.

ass.7. | TB, GC sono eguali, perche sono metà
pr.3.3. | delle corde eguali AB, DC.
c.46.1. | I quadrati TB, GC sono eguali.
pr 47.1. | Da i quadrati eguali EB, EC leuādo i qua-
ass.3. | dratì eguali TB, EC restano eguali i quadrati ET, EG.
c.46.1. | ET, EG sono eguali.
def.5.3. | Dunque AB, CD sono equidistanti dal centro.

Le

Le corde AB, CD sono equidistanti dal centro.

Dico, che AB, CD sono eguali.

Dimostratione.

def. 5.3.	ET, EG sono eguali
c. 46. 1.	I quadrati ET, EG sono eguali.
pr. 47. 1.	Da i quadrati eguali EB, EC leuan
ass. 3.	quadrati eguali ET, EG restano e
	i quadrati TB, GC.
c. 46. 1.	TB, GC sono eguali.
pr. 3. 3.	AB, CD sono doppie di TB, GC.
ass. 6.	Dunque AB, CD sono eguali.

Teo-

Teor. 14. Prop. 15.

TRà le corde del circolo α. il diametro è la Massima, β e sono maggiori quelle; che sono più vicine al centro.

Nel circolo AFD sono le corde ACB, GD, FT.

Cè il centro

ACB il diametro

CH, CI sono perpẽdicolari à GD, FT

GD è più vicina al cẽtro di FT, perche CH è minore di CI.

Dico, che AB è la massima di tutte le corde

Et che GD è maggiore di FT.

Preparatione.

pr.3.1.	Si tagli CL eguale à CH.
pr.11.1.	Per L si conduca la corda MLN perpẽdicolare à CI.
post. 1.	Si conducano le rette CG, CD, CM, CN, CE, CT.

Dimostratione.

d. 15. 1.	ACB è vguale alle due GCD
prop.20	GCD sono maggiori di GD
ass.1.1.β.	AB è maggiore di GD
	Così si prouarà, che AB è maggiore d'ogn' altra corda.
	Dunque AB è la massima di tutte le corde.
d. 15. 1.	I lati MCN sono eguali à i lati FCT
ass.9.	L'angolo MCN è maggiore dell'ang. FCT
pr.24.1	MN è maggiore di FT
pr.14.3	GD, MN sono eguali
as.1.1.β	Dunque GD è maggiore di FT.

Le corde AB, CD sono equidistanti dal centro.

Dico, che AB, CD sono eguali.

Dimostratione.

def.5.3.	ET, EG sono eguali
c 46. 1.	I quadrati ET, EG sono eguali.
pr.47.1.	Da i quadrati eguali EB, EC leua[illegible] quadrati eguali ET, EG restano e[illegible] i quadrati TB, GC.
c. 46.1.	TB, GC sono eguali.
pr.3.3.	AB, CD sono doppie di TB, GC.
ass.6.	Dunque AB, CD sono eguali.

Teo-

Teor. 14. Prop. 15.

T*Rà le corde del circolo α. il diametro è la Massima, β e sono maggiori quelle; che sono più vicine al centro.*

Nel circolo AFD sono le corde
ACB, GD, FT.
C è il centro
ACB il diametro
CH, CI sono perpẽdicolari à GD, FT
GD è più vicina al cẽtro di FT, perche CH è minore di CI.
Dico, che AB è la massima di tutte le corde
Et che GD è maggiore di FT.

Preparatione.

pr.3.1.	Si tagli CL eguale à CH.
pr.11.1.	Per L si conduca la corda MLN perpẽdicolare à CI.
post. 1.	Si conducano le rette CG, CD, CM, CN, CE, CT.

Dimostratione.

d.15.1.	ACB è vguale alle due GCD
prop.20	GCD sono maggiori di GD
ass.1.1.β.	AB è maggiore di GD
	Così si prouarà, che AB è maggiore d'ogn' altra corda.
	Dunque AB è la massima di tutte le corde.
d.15.1.	I lati MCN sono eguali à i lati FCT
ass.9.	L'angolo MCN è maggiore dell'ang. FCT
pr.24.1	MN è maggiore di FT
pr.14.3	GD, MN sono eguali
as.1.1.β	Dunque GD è maggiore di FT.

Teor. 15. Prop. 16.

Quella retta, che sia perpendicolare al diametro del circolo, nella sua estremità. α è tangente. β Nel luogo, che trà il circolo, e la tangente si contiene, non si può condurre altra linea retta. γ L'ang. del semicircolo è maggiore d'ogni acuto rettilineo. δ L'angolo del contatto è minore d'ogni acuto rettilineo.

Nel circolo ABC il diametro è AC.

CD è perpendicolare al diametro nell'estremo C.

Dico, che CD è tangente del circolo ABC

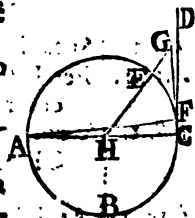
Che trà la curua EC, & la retta CD non può condursi altra linea retta.

Che l'angolo del semicircolo ECA è maggiore d'ogni acuto rettilineo.

Che l'angolo del contatto ECD, è minore d'ogni acuto rettilineo.

Instanza.

BD non è tangente del circolo ABC; ma lo sega nel punto E.

Pre-

Preparatione.

post. 1.	Si condurrà la retta AF.

Risposta.

d. 10. 1.	L'angolo ACF è retto
pr. 17. 1.	L'angolo ACF è minor del retto.
pr. 18. 1.	La corda AF sarà maggiore del diametro AC. contro la prop. 15. 3.
ass. 16.	Dunque CD è tangente del circolo ABC.

Instanza.

Tra la curua EC, & la retta CD si può condurre vn altra retta CG.

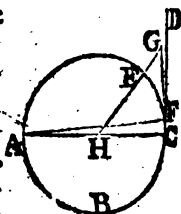
Preparatione.

pr. 1. 3.	Si troui nel diametro AC il centro del circolo H.
pr. 12. 1.	Si condurrà la retta HEG perpendicolare à CG.

Risposta.

d. 10. 1.	Sarà l'angolo HGC retto, e maggiore dell' angolo HCG.

pr.18.1.	Sarà la HC maggiore della HG
d.15. 1.	I raggi HC, HE sono eguali
ass.1.β	Sarà a HE maggiore della HG. contro l'ass. 9.
ass.16.	Dunque trà la curua EC, & la retta CD non si può condurre vn altra linea retta.

A H C B E G F D

Instanza.

L'angolo ECA non è maggiore dell' angolo acuto rettillineo GCA.

L'angolo ECD non è minore dell' angolo acuto rettilineo GCD.

Risposta Commune.

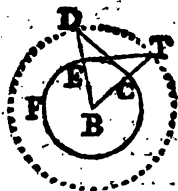
Sarà la retta GC condotta tra la curua EC, & la tangente CD. contro la dimostratione, che habbiamo fatta.

ass.16.	Dunque l'angolo del semicircolo ECA è maggiore d'ogni acuto rettilineo.
aß.16.	Dunque l'angolo del contatto ECD è minore d'ogni acuto rettilineo.

Pro-

Probl. 2. Prop. 17.

D*Ati vn punto, e vn circolo. condurre dal punto la tangente.*

Dato il punto T
Dato il circolo FC
Bisogna condurre la tangente TE.

Operatione.

pr. 1.3.	Si troui il centro del circolo CF, che sia B.
post. 1.	Si conduca la retta TCB.
pr. 11.1.	Si alzi la CD perpendicolare ad TB.
post. 3.	Dal centro B per T si conduca la circonferenza TD.
post. 1	Si conducano le rette DEB, TE.
	Dico, che TE è tangente.

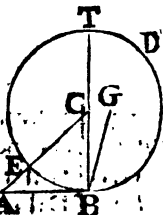
Dimostratione.

	Ne i due triangoli DBC, TBE l'angolo B è commune.
d. 15. 1.	I lati DB, TB } sono eguali. I lati BC, BE }
pr. 4. 1.	Gli angoli DCB, TEB sono eguali
d. 10. 1.	L'angolo DCB è retto
ass. 12.	L'angolo TEB è retto
pr. 16. 4	TE è tangente.

Teorema. Prop. 18.

Quando una linea retta, tocca il circolo la retta, che và dal centro al contatto, gli è perpendicolare.

La retta AB tocca il circolo BD, in B.
C è il centro
Dico, che la retta CB è perpendicolare.

Instanza.

Non è CB perpendicolare ad AB; ma si bene CEA.

Risposta.

d. 10. 1.	L'angolo CAB sarà retto, e maggiore dell' angolo CBA.
pr. 18. 1.	Il lato CB sarà maggiore di CA.
d. 15. 1.	CB, CE sono eguali
ass. 1. β	CE sarà maggiore di CA. contro l'ass. 9.
ass. 16.	Dunque CB è perpendicolare à BA.

Teo-

Teor. 7. prop. 19.

IN quella retta, che nel punto del contatto stà perpendicolare alla tangente, si troua il centro del circolo.

La retta BCT stà perpendicolare alla tangente AB nel punto del contatto B.

Dico, che in BCT si troua il centro del circolo BD.

Instanza.

Il centro non è in BCT ma fuori nel punto G.

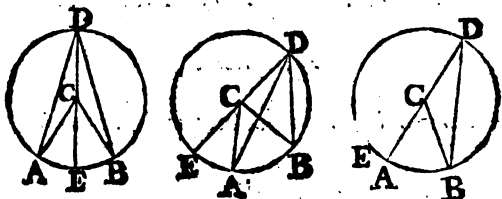
Preparatione.

post. 1.	Si condurrà la retta GB.

Risposta.

pr. 18. 3.	L'angolo GBA sarà retto.
d. 10. 1.	L'angolo TAB è retto.
ass. 12.	Gli angoli GBA, TBA saranno eguali, contro l'ass. 9.
ass. 16.	Dunque in BCT si troua il centro del circolo BD.

Teor. 18. Prop. 20.

QVando sotto la medesima portione di circonferenza, stanno due angoli, uno al centro, e l'altro alla circonferenza, l'angolo al centro è doppio dell'angolo alla circonferenza.

Sotto la medesima portione di circonferenza AB, stanno due angoli, ACB ADB

L'angolo ACB è al centro C.

L'angolo ADB è alla circonferenza.

Dico, che l'angolo AGB, è doppio dell'angolo ADB.

Preparatione.

post. 1.2. | Si conduca, e prolunghi la retta ECE.

Di-

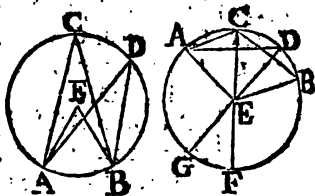
Dimostratione.

d.15.1.	I raggi CA, CD sono eguali
pr.5.1.a	Gli angoli CAD, CDA sono eguali
pr.32.1.a.	L'angolo ACE è vguale à gli angoli CAD, CDA
	L'angolo ACE è doppio dell'ang. CDA
	Parimente, si dimostrerà, che l'angolo BCE è doppio dell'angolo BDC
	All'angolo BCE aggiungendo, ò leuando l'angolo ECA, si farà l'angolo ACB
	All'angolo BDC aggiungendo, ò leuando l'angolo CDA, si farà l'angolo ADB
	Dunque l'angolo ACB è doppio dell'angolo ADB.

Teo-

Teor 19. Prop. 21.

GLi angoli, che sono nel medesimo segmento, sono eguali.

Nel medesimo segmẽto AB, sono gli angoli ACB, ADB. Dico, che gli angoli ACB, ADB sono eguali.

Preparatione nella prima figura.

pr.1 3.	Si troui il centro del circolo E
post. 1.	Si conducano le rette EA, EB.

Dimostratione.

pr.20.3.	L'angolo AEB è doppio di ciascuno de gli angoli ACB, ADB
aß. 7.	Dũque gli angoli ACB, ADB sono eguali.

Preparatione nel'a seconda figura.

post. 1.2.	Si conducano, e prolunghino le rette CEF, DEG.

Dimostratione.

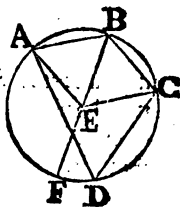
aß. 8.	Gli angoli AEG, GEB sono eguali à gli angoli AEF, FEB
pr.20.3.	Gli angoli AEG, GEB sono il doppio dell' angolo ADB
pr.20.3.	Ggli angoli AEF, FEB sono il doppio dell' angolo ACB
aß.7.	Dũque gli angoli ACB, ADB sono eguali.

Teor-

Teor. 20. Prop. 22.

I Quadrilateri, che si descriuano nel circolo hanno gli angoli opposti eguali à due retti.

ABCD è vn quadrilatero descritto nel circolo.
Dico, che gli angoli opposti ABC, ADC sono eguali à due retti.

Preparatione.

pr. 1.3.	Si troui il centro del circolo E.
post. 1.	Si conducano le rette AE, BEF, CE.

Dimostratione.

pr. 20.3.	Gli angoli AEF, FEC sono il doppio dell'angolo ABC.
pr. 20.3.	L'ang. AEC è il doppio dell'ang. ADC.
	Tutti gli angoli al punto E sono doppij de gli angoli ABC. ADC.
c. 2 *pr.* 15.1.	Tutti gli angoli al punto E sono eguali à quattro retti.
	Dunque gli angoli ABC, ADC sono eguali à due retti.

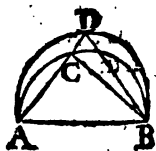
Teo-

Teor. 21. Prop. 23.

Non può essere, che soura la medesima linea retta e verso là medesima banda, siano due segmenti di circoli, simili, e diseguali.

Instanza.

Soura la retta, AB verso la medesima banda sono i due segmenti di circoli ACB, ADB simili, e diseguali.

Preparatione.

Per A si codurrà vna retta, che segarà i segmenti in due altri punti C, D.

post. 1. Si condurranno le rette CB, DB.

Risposta.

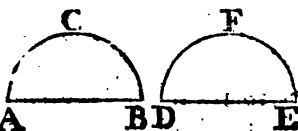
d. 11. 3. Ne i segmenti simili ACB, ADB saranno gli angoli ACB, ADB eguali. contro la prop. 16.1.

ass. 16. Dunque non può essere, che soura la retta AB, verso la medesima banda, siano i due segmenti di circoli ACB, ADB simili, e diseguali,

Teo-

Teor. 22. Prop. 24.

I Segmenti ſimili, che hanno le baſi eguali. ſono eguali.

I ſegmenti ACB, DFE ſono ſimili, & hanno le baſi AB, DE eguali:

Dico, che i ſegmenti ACB, DFE ſono eguali.

Preparatione.

Si ſourapongono i punti A, D,

poſt. 6. Et le rette AB, DE

Et il ſegmento ACB allo ſpatio doue è il ſegmento DFE.

Dimoſtratione.

aſſ. 16. Si adattano i punti B, E; altrimenti ſaranno le baſi AB, DE diſeguali. contro la ſuppoſitione.

aſſ. 16. Si adattano i ſegmenti ACB, DFE; altrimenti ſaranno ſoura la medeſima retta due ſegmenti di circoli ſimili, e diſeguali. contro la prop. 23. 3.

aſs. 8. Dũque i ſegmenti ACB, DFE ſono eguali.

Corollario.

Da queſta propoſitione è manifeſto, che i ſegmenti ſimili, ed eguali ſi adattano.

Teo-

Teor. 3. Prop. 25.

DAto vn segmento, compire il suo circolo.

Dato il segmento ABC
Bisogna compire il circolo.

Operatione.

pr. 10. 1.	Si diuida AC in due eguali AD. DC
pr. 11. 1.	Si alzi DB perpendicolare ad AC.
post. 1.	Si conduca la retta AB
pr 23. 1.	All'angolo ABD si faccia eguale l'angolo BAE.
post. 3	Dal centro E per A si conduca la circonferenza AC, che sarà il compimento del circolo.

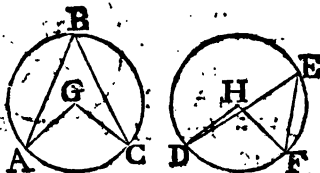
Dimostratione.

	Nei triangoli EDA, EDC gli angoli EDA EDC sono eguali, il lato ED è commune, i lati DA, DC sono eguali.
pr. 4 1.	Le basi EA, EC sono eguali
	Nel triangolo EBA gli angoli EBA, EAB sono eguali
pr. 6. 1.	I lati EA, EA sono eguali
ass. 1.	Le tre linee EC, EA, EB sono eguali
pr. 9. 3.	E è il centro del circolo ABC.
	La circonferenza AC è compimento del circolo ABC.

Teo-

Teor. 23. Prop. 26.

NE i circoli eguali, gli angoli eguali alla circonferenza, ouero al centro, sono sottoposti à gli archi eguali.

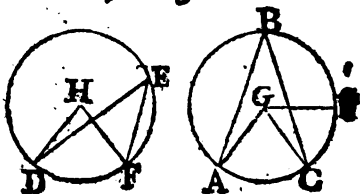
I circoli ABC, DEF sono eguali
Gli angoli alle circonferenze ABC, DEF sono eguali.
Ouero gli angoli à i centri AGC, DHF sono eguali.
Dico, che gli archi AC, DF sono eguali.

Dimostratione.

ass.16.	Souraponendosi gli angoli AGC, DHF si adattano, altrimenti non saranno eguali contro la suppositione.
ass.16.	Si adattano i punti A, C à i punti D, F; altrimenti GA, GC, HD, HF non saranno eguali contro la def. 1. 3.
d. 11. 3.	I segmenti AC, DF sono simili
c. 24. 3.	I segmenti AC, DF si adattano
as. 14. 8.	Gli archi AC, DF si adattano
ass. 8.	Dunque gli archi AC, DF sono eguali.

Teo-

Teor. 24. Prop. 27.

NE i circoli eguali gli angoli, che sono sotto archi eguali, & che sono al centro, ouero alla circonferenza, sono eguali.

I circoli ABC, DEF sono eguali
Gli archi AC, DF sono eguali.
Gli angoli AGC, DHF sono al centro.
Gli angoli ABC, DEF sono alla circonferenza.
Dico, che gli angoli AGC, DHF sono eguali
Et che gli angoli ABC, DEF sono eguali.

Instanza.

Non sono eguali gli angoli AGC, DHF; ma sibene gli angoli AGI, DHF.

Risposta.

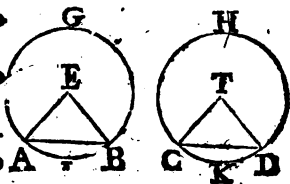
*pr.*26.3.	Gli archi ACI, DE saranno eguali. contro la suppositione.
*ass.*16.	Dūque gli angoli AGC, DHF sono eguali.
*pr.*20.3.	Gli angoli AGC, DHF sono doppij de gli angoli ABC, DEF
*ass.*7.	Dūque gli angoli ABC, DEF sono eguali.

Teor.

Teor. 25. Prop. 28.

NE i circoli eguali, le corde eguali, sono basi di archi, che sono eguali; cioè i maggiori, & i minori del semicircolo frà di loro.

I circoli ABG, CDH sono eguali
Le Corde AB, CD sono eguali
Dico, che gli archi maggiori AGB, CHD sono eguali.
Et che i minori AIB, DKD sono eguali.

Preparatione.

pr. 1.3.	Si trouino i centri E, T
post. 1.	Si conducano le rette EA, EB, TC, TD.

Dimostratione.

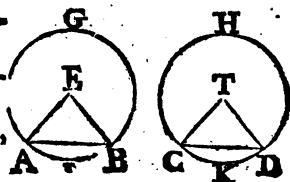
d. 1.3.	I raggi EA, EB, TC, TD sono eguali
	Le basi AB, CD sono eguali
pr. 8.1.	Gli angoli E, T sono eguali
pr 26.3.	Dunque gli archi AIB, CKD sono eguali.
ass. 3.	Dunque gli archi rimanenti AGB, CHD sono eguali.

Teor. 26. Prop. 29.

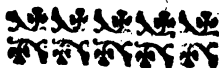
NE i circoli eguali, gli archi eguali; hanno le corde eguali.

I circoli ABG, CDH sono eguali.
Gli archi AIB, CKD sono eguali.
Dico, che le corde AB, ED sono eguali.

G H E T A I B C K D

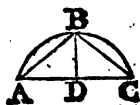
Preparatione.

pr.1.3.	Si trouino i centri E, F.
post.1.	Si conducano le rette EA, EB, FC, FD.

Dimostratione.

d. 1.3.	I raggi EA, EB, FC, FD sono eguali.
pr.27.3.	Gli angoli E, F sono eguali.
pr.4.1.*a*	Dunque le basi AB, CD sono eguali.

Pro-

Probl. 4 Prop. 30.

D*Ato vn arco diuiderlo in due eguali.*

Dato l'arco ABC
Bisogna diuiderlo in due archi AB, BC eguali.

Operatione.

post 1.	Si conduca la corda AC.
pr. 10. 1.	Si diuida AC in due eguali AD, DC
pr. 11. 1.	Si alzi BD perpendicolare ad AC.
	Dico, che gli archi AB, BC sono eguali.

Preparatione.

post. 1.	Si conducano le rette AB, BC.

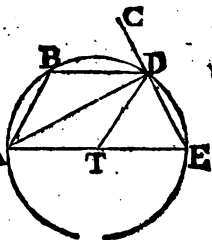
Dimostratione.

	Ne i triangoli BDA, BDC il lato BD è commune; i lati DA, DC sono eguali; e gli angoli retti BDA, BDC sono eguali
pr. 4. 1. *a*	Le corde AC, BC sono eguali
pr. 29. 3.	Dunque gli archi AB, BC sono eguali.

Teor.27.Prop.31.

NEl circolo, α l'angolo soura il semicircolo è retto. β l'angolo soura il maggior segmento è minor del retto. γ l'angolo soura il minor segmento è maggior del retto, δ l'angolo del maggior segmento è maggior del retto. ε l'angolo del minor segmento è minor del retto.

ABE è semicircolo.
AED è maggior segmento
ABD è minor segmento
Dico, che l'angolo ABE soura il semicircolo è retto
Che l'angolo AED soura il maggior segmento è minor del retto
Che l'angolo ABD soura il minor segmento è maggior del retto
Che l'angolo del maggior segmento ADE è maggior del retto
Che l'angolo del minor segmento ADB è minor del retto.

C B D A T E

Preparatione.

pr. 1.3. | Si troui nel diametro AE il centro T.
post. 1. | Si conduca la retta DT
post. 2. | Si prolunghi la retta ED in C.

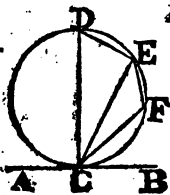
Di-

Dimostratione.

pr.20.3	Gli angoli DTE, DTA sono il doppio degli angoli DAE, DEA.
pr.13.1	Gli angoli DTE, DTA sono eguali à due retti.
ass.7.	Gli angoli DAE, DEA sono eguali à vn retto.
pr.32.1.	I tre angoli del triangolo ADE sono eguali à due retti.
ass.7.	Dunque il rimanente angolo ADE è retto.
pr 16.1.	Dunque l'angolo AED è minor del retto.
pr.22.3.	Nel quadrilatero ABDE, gli angoli opposti AED, ABD sono eguali à due retti.
	Dunque l' ang. ABD è maggior del retto.
	Dunque l' angolo del maggior segmento ADE è maggior del retto ADE
	Dunque l' angolo del minor segmento ADB è minor del retto ADC.

Teor. 28. Prop. 32.

Toccandosi vn circolo, ed vna linea retta, se dal toccamento si condurrà vn' altra retta, che seghi il circolo in due portioni, farà con la tangente gli angoli eguali, à gli angoli sourapposti alle portioni alterne.

Il circ. DFC, & la retta ACB si toccano nel punto C.
CE sega il circolo in due portioni CDE, CFE.
Dico, che gli angoli EDC, ECB sono eguali
Et che gli angoli EFC, ECA sono eguali.

Preparatione.

	Si conduca il diametro DC.
post. 1.	Si conduca la retta DE,

Dimostratione.

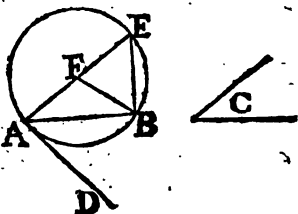
pr. 32. 1.	I tre angoli del triangolo DEC sono eguali à due retti.
p. 31. 3.	L' angolo DEC è retto
ass. 3.	Gli ang. EDC, ECD sono eguali ad vn retto

L'an-

pr.18.3	L'angolo DCB è retto
ass.1.	Gli angoli EDC,ECD sono eguali all'angolo DCB
	Leuando l'angolo ECD commune
ass.3.	Dunque gli angoli rimanenti EDC, ECB sono eguali
pr.22.3	Gli angoli EDC, EFC sono eguali à due retti
pr.13.1.	Gli angoli ECB, ECA sono eguali à due retti
	Leuando gli angoli EDC, ECB eguali
ass.3.	Dunque gli angoli rimanenti EFC, ECA sono eguali.

Probl. 5. Prop. 33.

Dato un angolo, ed una linea retta, descriuere soura la retta una portione di cerchio capace dell'angolo dato.

Dato l'angolo C
Data la retta AB
Bisogna descriuere soura AB la portione AEB capace dell' angolo AEB eguale all' angolo C.

Operatione.

pr.23.1.	Si faccia l'angolo BAD eguale all'ang. C
pr.11.1.	Si alzi AE perpendicolare sopra AD
pr.23.1.	Si faccia l'angolo ABF eguale all'ang. BAF
post.3.	Dal centro F per A si conduca la circonferenza AFB, la quale passarà per B perche le rette FA, FB sono eguali
pr.6.1.	Si conduca la retta BE.
post.1.	Dico, che gli angoli BEA, C sono eguali.

Dimostratione.

d.17.1.	EFA è diametro
pr.16.3.	AD è tangente del circolo AEB.
pr.32.3.	Gli angoli BAD, BEA sono eguali
	Gli angoli BAD, C sono fatti eguali
ass.1.	Dunque gli angoli BEA, C sono eguali.

Pro-

Probl. 6. Prop. 34.

Dato un angolo; ed un circolo. tagliarne una portione capace dell'angolo dato.

Dato l'angolo C
Dato il circolo AEB
Bisogna tagliare la portione AEB capace dell'angolo dato C.

Operatione.

pr.1.3.	Si troui il centro F
post.1.	Si conduca il diametro EFA
pr.11.1.	Si alzi AD perpendicolare ad EA.
pr.23.1.	Si faccia l'angolo DAB eguale all'angolo C.
	Dico, che AB taglia la portione AEB capace dell'angolo C.

Dimostratione.

pr.16.3.	AD è tangente del circolo
pr.32.3.	L'angolo nella portione BEA è vguale all'angolo BAD
	L'angolo BAD è vguale all'angolo C.
ass.1.	Dunque la portione BEA è capace dell'angolo C.

DE,

pr 3.3.β | DE, EC sono eguali
d. vn.2. | Il quadrato DE è vguale al rettãgolo CED
ass.1. | Dũque i rettãgoli AEB, CED sono eguali
Suppongo, che CD non sia perpendicolare al diametro AEB.

Preparatione.

pr.12.1. | Si cõduca dal cẽtro F la perpẽdicolare FG.

Dimostratione.

pr.3.3.β | CG, GD sono eguali
| Il quadrato FE con il rettangolo AEB
pr.5.2. | Il quadrato FB
d.vn.2 | Il quadrato FD
pr.47.1. | I quadrati FG, GD
pr.5.2. | I quadrati FG, GE con il rettangolo CED
pr.47.1. | Il quadrato FE cõ il rettangolo CED
| sono eguali.
ass.3. | Dũque i rettãgoli AEB CED sono eguali.

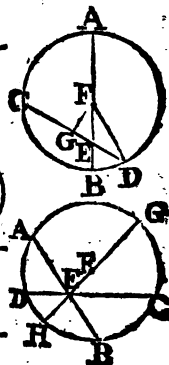
Resta da dimostrare quando AB, CD non siano diametri,

Preparatione.

post. 1. | Si conduca il diametro GFEH.

Dimostratione.

pr.35.3. | I rettangoli AEB, GEH sono eguali
pr.35.3. | I rettangoli GEH, CED sono eguali
ass.1. | Dũque i rettãgoli AEB, CED sono eguali.

Teo.

Teor. 29. Prop. 35.

SE nel circolo due rette si segano, i rettãgoli delle parti dell'vna, e dell'altra sono eguali.

Nel circolo ACBD le due AB, CD si segano nel punto E.

Dico, che i rettangoli AEB, CED sono eguali.

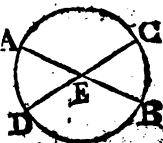
Suppongo prima, che AEB, CED siano diametri.

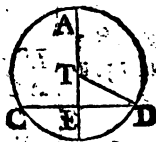
Dimostratione.

d. 17. 1.	E è centro del circolo.
d. 15. 1.	AE, EB, CE, ED sono eguali.
cor. def. vn. 2.	Dunque i rettangoli AEB, CED sono eguali.

Suppongo, che AEB sia diametro, & che CED sia perpẽdicolare ad AB.

Preparatione.

pr. 1. 3.	Si troui il centro T
post. 1.	Si conduca la retta TD.

Dimostratione.

d. 15. 1.	AB è diuisa in parti eguali in T, & in parti disegua-li in E
pr. 7. 3.	Il rettangolo AEB con il quadrato TE
pr. 5. 2.	Il quadrato di TB
c.d.vn.	Il quadrato TD
pr. 47. 1.	I quadrati DE, TE sono eguali
ass. 3.	I rettang. AEB è vguale al quadrato DE.

Teo-

Teor. 30. Prop. 36.

SE da vn punto fuor del circolo cascano nel circolo due linee, vna secante, e l'altra tangente il rettangolo di tutta la secante, & della sua portione, che stà fuor del circolo, è vguale al quadrato della tangente.

D è il punto fuor del circolo
La secante è DCA
La tangente è DB.
Dico, che il rettangolo ADC è vguale al quadrato DB.

Preparatione.

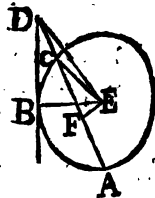
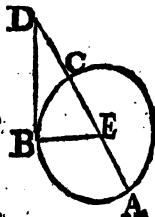
Se DCA passa per il centro E.

post. 1. | Si conduca la retta EB.

Dimostratione.

pr. 18. 3. | L'angolo EBD è retto
d. 15. 1. | AC è diuisa per mezzo in
C. | C, & se gli aggiũge CD.
pr. 6. 2. | Il quadrato CE con il rettangolo ADC
pr. 47. 1. | Il quadrato DE
ass. vn. 2. | I quadrati EB, BD
| I quadrati EC, BD
| sono eguali
ass. 3. | Dunque il rettangolo ADC è vguale al quadrato BD.

Pre-

Preparatione.

	Se DCA non passa per il centro E
pr.12.1.	Si conduca la EF perpendicolare à DA
post. 1.	Si conduca la EC.

Dimostratione.

pr.3.3.B	AC è diuisa per mezzo in F, & se gli aggiunge CD
pr.6.2.	Il rettangolo ADC, con il quadrato FC è vguale al quadrato FD
	Aggiungendo commune il quadrato FE.
ass.2.	Il rettangolo ADC con i quadrati EF, FC è vguale à i quadrati EF, FD.
	I quadrati EF, FC
pr.47.1.	Il quadrato EC
d.vn. 2.	Il quadrato EB sono eguali
pr.47.1.	I quadrati EF, FD
pr.47.1.	Il quadrato ED
	I quadrati EB, BD sono eguali
ass.vn.2.	Il rettangolo ADC, con il quadrato EB è vgual à i quadrati EB, BD.
ass.3.	Dunque il rettangolo ADC è vguale al quadrato BD.

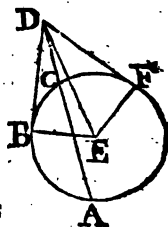
Teo-

Teor. 31. Prop. 37.

SE da vn punto fuor del circolo giungono al circolo due linee, vna delle quali lo seghi, e l'altra non lo seghi; & se il rettangolo di tutta la secante, & della sua portione, che stà fuor del circolo è vguale al quadrato dell' altra. L' altra è tangente.

D è il punto fuor del circolo
La secante è DCA
L'altra è DB
Il rettangolo ADC è vguale al quadrato DB.
Dico, che DB è tangente.

Preparatione.

pr 17.3. | Si conduca la tangente DF
pr.1.3. | Si troui il centro E
post. 1. | Si conducano le rette DE, EF, EB.

Dimostratione.

pr.36.3. | Il quadrato DF è vguale al rettang. ADC.
ass.1. | I quadrati DB, DF sono eguali
| Nei triangoli DBE, DFE il lato DE è commune
c.46.1. | I lati DB, DF } sono eguali
d. 15. 1. | I lati BF, FE } sono eguali
pr.8.1. | Gli angoli DFE DBE sono eguali
pr.18.3. | L'angolo DFE è retto
ass.12. | L'angolo DBE è retto
pr.16.3. | Dunque DB è tangente.

LI-

LIBRO QVARTO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *D*Icesi *una figura rettilinea inscritta in vn altra; quando ciascuno de gli angoli della inscritta tocca ciascuno de i lati dell' altra.*

2 *Parimente l'altra figura dicesi circonscritta.*

La figura ABCD dicesi inscritta alla figura EFGH.

Et la figura EFGH dicesi circonscritta alla figura ABCD.

3 *Dicesi vna figura rettilinea inscritta nel circolo; quando ciascuno de gli angoli tocca la circonferenza.*

4 *Ma dicesi circonscritta: quando ciascuno de i lati tocca la circonferenza.*

5 *Parimente dicesi il circolo inscritto in vna figura rettilinea; quando la sua circonferenza tocca ciascuno de i lati.*

6 *Ma dicesi circonscritto; quando la circonferenza tocca ciascuno de gli angoli.*

La figura ABCD dicesi inscritta nel circolo ABCD.
La figura ACIG dicesi circõscritta al circolo BHD.
Il circolo BFHD dicesi inscritto nella figura ACIG.
Il circolo ABCD dicesi circõscritto alla fig. ABCD.

7 *Dicesi una linea retta adattarsi nel circolo quãdo gli estremi di quella sono nella circonferenza.*

A B E D C

A B C D E F G H I

Probl. 1. Prop. 1.

D*Ato un circolo, e data una linea retta minore del diametro, adattarle nel circolo una retta eguale.*

D

Dato il circolo ABC
Data la retta D minor del diametro AEC.
Bisogna adattare nel circolo la retta AB eguale à D.

B A E C

Operatione.

pr. 2. 1. | Si tagli AE eguale à D.
post. 3. | Dal centro A per E si conduca la circonferenza EB, che seghi il circolo in B
post. 1. | Si conduca la retta AB.

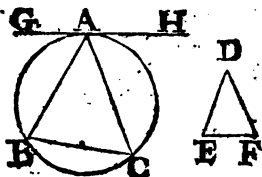
Dimostratione.

| D, AE sono eguali
d. 15. 1. | AE, AB sono eguali
ass. 1. | Dunque D, AB sono eguali.

Pro-

Probl.2. Prop.2.

Ati vn circolo, e vn triangolo: inscriuere nel circolo vn triangolo equiangolo al triangolo dato.

Dati il circolo ABC
Dato il triangolo DEF
Bisogna inscriuere al circolo il triang. ABC equiangolo al triangolo EDF.

Operatione.

*pr.*17.3	Si conduca la GAH tangente del circolo in A.
*pr.*23.1.	Si faccia l'ãgolo GAB eguale all'angolo F, & l'angolo HAC, eguale all' angolo E.
post. 1.	Si conduca la retta BC.
	Dico, che i triangoli ABC; DEF sono equiangoli.

Dimostratione.

*pr.*32.3.	Gli angoli F, GAB, ACB sono eguali.
	Gli angoli E, HAC, ABC sono eguali.
*pr.*32.1. *ß*	Tutti gli angoli del triangolo ABC sono eguali à tutti gl'angoli DEF.
*ass.*3.	Gli angoli rimanenti D, BAC sono eguali.
	Dunque i triãg. ABC, DEF sono equiãgoli.

Pro-

Probl. 3. Prop. 3.

DAto un circolo, e un triangolo. circonscriuere al circolo un triangolo equiangolo al triangolo dato.

Dato il circolo ABC Dato il triangolo DEF Bisogna circonscriuere al circolo il triangolo NLM equiangolo al triangolo DEF.

N G A I D L B M G E F H

Operatione.

post. 2.	Si prolunghi la EF in GH.
*pr.*1.3.	Si troui il centro del circolo I.
post. 1.	Si conduca la retta IB.
*pr.*23.1.	Si faccia l'angolo BIA eguale all'angolo GED, & l'angolo BIC eguale all'angolo HFD.
*pr.*17.3.	Per li punti B, C, A si conducano le tangenti LM, MN, NL.
	Dico, che i triangoli NLM, DEF sono equiangoli.

Di-

Dimostratione.

pr.32.1.	Nel quadrilatero ALBI tutti gli angoli sono eguali à quattro retti.
pr.16.3.	Gli angoli IAL, IBL sono due retti.
ass 3.	I rimanenti AIB,L sono eguali à due retti.
pr.13.1.	Gli angoli GED, DEF sono eguali à due retti.
ass.3.	Leuando gli angoli AIB, GED eguali; gli angoli rimanenti L, DEF sono eguali.
	Parimente si dimostrerà, che gli angoli M, DFE sono eguali;
pr.16.1.	Gli angoli DEF, DFE sono minori di due retti.
ass.1.	Gli angoli L, M sono minori di due retti
prop.28 & 29.1.	Le rette LN, MN non sono parallele, ma concorrenti nel punto N.
pr.32.1.	Tutti gli angoli NLM, sono eguali à tutti gli angoli del triangolo DEF.
ass.3.	Leuando gli angoli eguali LM, EF, i rimanenti N, D sono eguali.
	Dunque i triangoli NLM, DEF sono equiangoli.

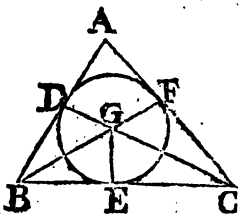
 Pro-

Probl.4.Prop.4.

IN vn dato triangolo. inscriuere vn circolo.

Dato il triangolo ABC, Bisogna inscriuergli il circolo DEF.

A D F G B E C

Preparatione.

pr.23.1.	Si diuida ciascuno de gli angoli B,C in due eguali, per le rette BG, CG concorrenti nel punto G.
pr.12.1.	Si conducano le GD, GE, GF perpendicolari sopra i lati AB, BC, CA,
post.3.	Dal centro G per il punto D, si conduca la circonferenza del circolo DEF.

Dimostratione.

	Ne i triang. GBE, GBD il lato GB è commune; gli ang. GBE, GBD; & gli ang. retti GEB, GDB sono eguali frà di loro
pr.26.1.	Le rette GE, GD sono eguali.
A	Parimente si dimostreranno le rette GE, GF eguali.
d.15.1.	Li punti D, E, F sono nel circolo, che si è descritto.
pr.16.3.	Et le rette AB, BC, CA toccano il medesimo circolo ne i punti D, E, F.
d.5.4.	Dunque il circolo DEF è inscritto al triangolo ABC.

Pro-

Probl. 5. Prop. 5.

A *Vn triangolo dato, circonscriuere vn circolo.*

Dato il triangolo ABC.
Bisogna circonscriuergli il circolo ABC.

Operatione.

pr.10.1. | Si diuidano i lati AB, AC per mezzo ne i pũti E, F

pr.11.1. | Si alzino le perpendicolari ED soura AB, & FD soura AC; che concorrano nel punto D.

post 3. | Dal centro D per A si conduca la circonferenza ABC.

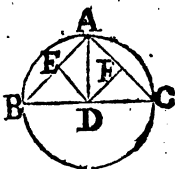
post. 1. | Si conducano le rette DB, DC.

Dimostratione.

Ne i triang. AED, BED il lato DE è commune; i lati EA, EB sono eguali; gli angoli retti DEA, DEB sono eguali.

pr.4.1. | Le basi DA, DB sono eguali.
Parimente si dimostrerà, che DA, DC sono eguali.

d. 15.1. | Il circolo descritto passa per li pũti B, A, C.

d. 6.4. | Dunque il circolo è circonscritto al triangolo ABC.

Probl. 6. Prop. 6.

N*El dato circolo inscrivere vn quadrato.*

Dato il centro ABCD.
Bisogna inscriuere il quadr. ABCD.

Operatione.

*pr.*1.3	Si troui il circolo del circolo E.
*post.*1.	Si conduca il diametro AEC.
*pr.*11.1	Si alzi il diametro perpendicolare DEB.
*post.*1.	Si conducano le rette ABCDA.
	Dico, che la figura rettilinea ABCD è quadrato.

Dimostratione.

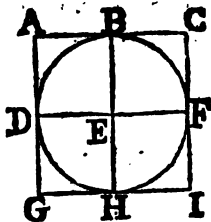
	Ne i triãgoli AED, AEB i lati, e gli ãgoli AED, AEB sono eguali.
*pr.*4.1.	Le basi AB, AD sono eguali.
	Parimente si dimostraranno le rette AB, BC, CD eguali.
*p.*31.3.	Nel semicircolo DAB l'ãgolo DAB è retto.
	Parimente si dimostraranno gli angoli A, BC, BCD, CDA retti.
*d.*29. 1.	Dunque la figura rettilinea ABCD è quadrato.

Pro.

Probl. 7. Prop. 7.

A Vn dato circolo circonscriuere vn quadrato:

Dato il circolo BDHF.
Bisogna circonscriuergli il quadrato AGIC.

Operatione.

pr. 1.3.	Si troui il centro del circolo E.
post. 1.	Si conduca il diametro BEH.
pr. 11.1.	Si conduca il diametro DEF perpendicolare à BEH.
pr. 17.3.	Per li punti BDHF si conducano le tangẽti CAGIC; le quali dico, che rinchiudono il quadrato circõscritto al circolo.

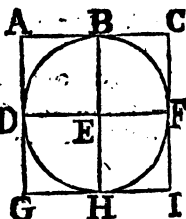
Dimostratione.

pr. 16.3.	L'angolo ABE è retto.
pr. 28.1.	AC, GI sono parallele à DF.
pr. 28.1.	AG, CI sono parallele à BH.
pr. 34.1.	AC, GI, AG, CI sono eguali al diametro del circolo, e però sono eguali frà di loro
pr. 34.1.	Gli angoli A, C, I, G sono eguali à ciascuno de gli angoli retti, che si fanno ad E.
ass. 12.	Gli angoli A, C, I, G sono retti.
d. 29.	Dunque ACIG è quadrato.

Probl.8 . Prop.8.

N*El dato quadrato inscriuere vn circolo.*

Dato il quadrato AI.
Bisogna inscriuergli vn circolo.

Operatione.

pr.10.1.	Si diuidano i lati egualmente ne i punti B-DHF.
post.1.	Si conducano per li punti opposti le rette BHDF, che si segano in E.
post.3.	Dal centro E per B si conduca la circonferenza del circolo BDHF, il quale dico, che è inscritto al quadrato.

Dimostratione.

pr.33.1.	AC, GI, DE / AG, CI, BH } sono parallele, & eguali.
pr.33.1.	ED,EB,EH,EF sono eguali alla metà del lato del quadrato.
d.15.1.	Dũque il circolo passarà per li pũti D,H,F.
d.29.	Gli angoli A,C,I,G sono retti.
pr.29.1.	Gli angoli, che si fanno à i punti B,F,H,D sono retti.
pr.16.3.	Dũque il circolo tocca i lati del quadrato; e pero è inscritto nel quadrato

Pro-

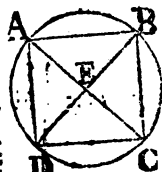
Probl.9. Prop.9.

A *Vn dato quadrato circonscriuere vn circolo.*

Dato il quadrato ABCD.
Bisogna circonscriuergli il circolo.

Operatione.

post.1.	Si conducano le rette AC, DB, che si segano nel punto E.
post.3.	Del centro E per A si conduca la circonferēza del circolo, il quale dico, che è circonscritto al quadrato.

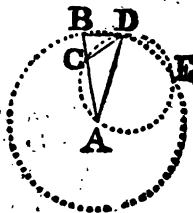
A B E D C

Dimostratione.

pr.32.1.	Gli angoli ABD, ADB, BAC, BCA sono
pr.5.1.	semiretti, ed eguali frà di loro.
pr.6.1.	EA, EB, EC, ED sono eguali frà di loro.
d.15.1.	Dūque il circolo passa per li pūti ABCD, & è circonscritto al quadrato.

Pro-

Probl. 10. Prop. 10.

Far vn triangolo isoscele, nel quale ciascuno de gli angoli alla base sia doppio del rimanente.

Bisogna fare il triangolo Isoscele ABD, nel quale l'ang. ABD sia doppio dell'angolo A.

Operatione.

Si elegga la retta AB.

pr.11.2. Si diuida nel punto C, in modo, che il rettangolo ABC sia eguale al quadr. CA.

post.3. Dal centro A per B si conduca la circonferenza BDE.

pr.1.4. Nel circolo BDE si addatti la retta BD eguale ad AC.

post.1. Si conduca la retta DA.

Preparatione.

post.1. Si conduca la retta DC.

pr.5.4. Si circonscriua vn circolo al triang. ACD.

Dimostratione.

Il rettangolo ABC
Il quadrato CA } sono eguali
Il quadrato BD

pr.37.3. BD è tangente del circolo ACDE.

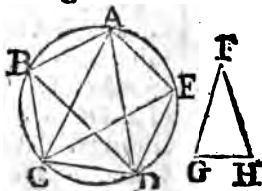
Gli

pr.32.1.	Gli angoli del triangolo ADB ſono eguali
8.	à gli angoli del triangolo DBC.
pr.32.3.	Gli angoli BAD, CDB ſono eguali.
	L'angolo ABD è commune.
aſſ.3.	Gli angoli rimanenti ADB, DCB ſono eguali.
pr.5.2.	Gli angoli ADB, ABD ſono eguali.
aſſ. 1.	Gli angoli DEC, DCB ſono eguali.
pr.6.1.	I lati BD, DC ſono eguali.
aſſ.1.	I lati DC, CA ſono eguali.
pr. 5.1	Gli angoli CAD, CDA ſono eguali
pr.32.1.	L'ang. DCB è doppio dell'angolo DAC.
aſſ. 1.	L'angolo DBA è doppio dell'angolo DAB
	Dũque ſi è fatto il triãgolo iſoſcele ABD, nel quale ciaſcuno de gli angoli alla baſe, come ABD, è doppio dell' angolo rimanente BAD.

Pro-

Probl. 11. Prop. 11.

N*El dato circolo inscriuere vn pentagono equilatero, & equiangolo.*

Dato il circolo ACD. Bisogna inscriuergli vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

*pr.*10.4.	Si faccia l'isoscele FGH, nel quale ciascuno de gli angoli G, H sia doppio dell' angolo F.
*pr.*2.4.	Si inscriua nel circolo il triangolo ACD equiangolo al triangolo FGH.
pr 30.3.	Si diuidano gli archi eguali AC. AD per mezo ne i punti B, E.
post. 1.	Si conducano le rette ABCDEA, le quali dico, che rinchiudono vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Preparatione.

post. 1.	Si conduca la retta CE.

Di-

Dimostratione.

Perche l'angolo G è doppio dell'angolo F; l'angolo ACD è doppio dell'angolo CDA.

Perche gli angoli ACE, ECD sono eguali, l'angolo ACD è doppio dell'angolo ECD.

ass.7. Gli angoli CAD, ECD sono eguali.

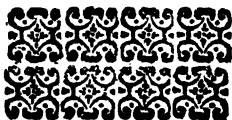
pr.26.3. Gli archi CD, DE sono eguali.

ass.1. Gli archi CD, AE sono eguali.

ass.2. Gli archi BDE, DEA sono eguali.

pr.27.3. Gli angoli CDE, DEA sono eguali.

Così si dimostrerà, che tutti i lati, e tutti gli angoli del pentagono ABCDE sono eguali.

Dunque il pentagono ABCDE è equilatero, & equiangolo.

Pro.

Probl. 12. Prop. 12.

A Vn dato circolo circonſcriuere vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Dato il circolo BDH.
Biſogna circonſcriuergli vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

pr.11.4. | Inſcriuaſi nel circolo vn pentagono equilatero, & equiangolo, gli angoli del quale ſiano ne i punti BDFHL.

pr.17.3. | Per li punti BDFHL ſi conducano le tangenti ACEGIA, le quali dico, che racchiudono vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Preparatione.

pr.1.3. | Si troui il centro M.

poſt. 1. | Si conducano le rette MD, MF, MH.

Dimoſtratione.

pr.18.3. | Gli angoli MDE, MFE, MFG, MHG ſono retti.

I qua-

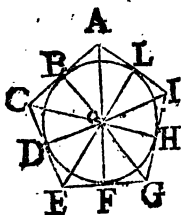
	I quadrati MD, DE }
pr.47.1.	Il quadrato ME } sono eguali.
	I quadrati MF, FE }
ass.3.	I quadrati DE, FE sono eguali.
	Le rette DE, FE sono eguali.
pr.8.1.	Gli angoli DME, FME sono eguali.
	L'angolo DMF è doppio dell'angolo EMF.
	Parimente l'angolo FMH è doppio dell' angolo GMF.
pr.27.3.	Gli angoli DMF, FMH sono eguali.
ass.7	Gli angoli EMF, GMF sono eguali.
pr 26.1.	EF, FG sono eguali.
	EG è doppia di EF,
	Parimente EC è doppia di ED.
ass.6.	I lati EG, EC sono eguali.
pr.8.1.	Gli angoli MED, MEF, MGF, MGH sono eguali.
ass.6.	Gli angoli E, G sono eguali.
	Cosi si dimostrarà, che tutti i lati, e tutti gli ang. del pentagono ACEGI sono eguali
	Dunque il pentagono ACEGI è equilatero, & equiangolo.

Pro-

Probl. 13 Prop. 13.

IN vn dato pentagono equilatero, & equiangolo inscriuere vn circolo.

Dato il pentagono ACEGI.
Bisogna inscriuerli vn circolo.

Operatione.

pr.9.1. | Si diuidano gli angoli A, C in parti eguali, per le rette AO, CO.

post. 1. | Si conducano le rette EO, GO, IO.

Dimostratione.

ass.7. | Gli angoli OAC, OCA sono eguali

pr.5.1. | OC, OA sono eguali.

pr.4.1. | Perche i lati. e gli angoli OCA, OCE sono eguali; le basi OA, OE sono eguali; e gli angoli OAB, OEB sono eguali.

Così si dimostrarà, che tutti gli angoli à i punti ACEGI fatti dalle linee concorrenti in O, & da i lati del pentagono, sono eguali,

Segue l' Operatione;

pr.12.1. | Si conducano del punto O à i lati del pentagono le perpendicolari OB, OD, OF, OH, OL.

Di-

Dimostratione.

pr.26.1. | Perche ne i triangoli OCB, OCD il lato OC è commune, gli angoli OCB, OCD; & gli angoli retti OBC, ODB sono eguali: le perpendicolari OB, OD sono eguali.

8. | Così si dimostrerà, che tutte le perpendicolari sono eguali.

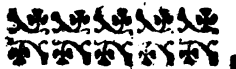
Operatione.

post.3. | Dal centro O con l'interuallo OB si descriua vn circolo; il quale dico, che è inscritto al pentagono.

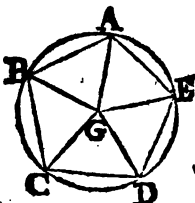
Dimostratione.

d.15.1. | La circóferenza passa per li punti BDFHL.

pr.16.3. | Tocca ciascuno de i lati, che stanno perpendicolari à i diametri del circolo OB, OD. &c.

d.5.4. | Dunque il circolo è inscritto al pentagono.

Probl. 14. Prop. 14.

A Vn dato pentagono equilatero, & equiangolo circonſcriuere vn circolo.

Dato il pentagono ABCDE.
Biſogna circonſcriuergli vn circolo.

Operatione.

pr. 9.1.	Si diuidano in parti eguali gli angoli A, B, per le rette concorrenti nel punto G.
poſt. 1.	Si conducano le rette GE, GD, GC.
poſt. 3.	Dal centro G per A ſi conduca vn circolo; il quale dico, che è circonſcritto al pentagono.
	Dimoſtratione.
aſſ. 7.	Gli angoli GAB, GBA ſono eguali.
pr. 5.1.	GA, GB ſono eguali.
pr. 4.1.	Perche i lati, e gli angoli GBA, GBC ſono eguali; le baſi GB, GC ſono eguali.
	Coſi ſi dimoſtrerà, che le rette condotte dal cẽtro G à gli ang. ABCDE ſono eguali.
d. 15. 1.	Il circolo tocca gli angoli A, B, C, D, E.
def. 6.	Dunque il circolo è circonſcritto al pentagono.

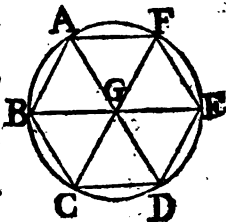
Pro-

Probl. 15. Prop. 15.

IN un dato circolo inscriuere un' essagono equilatero & equiangolo.

Dato il circolo ABD.

Bisogna inscriuergli l' essagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

pr.1.3. Si troui il centro G.

post.1. Si conduca il diametro BGE.

pr.1.4. Si adatti nel circolo la BC eguale à BG.

pr.30.3. Si diuida l'arco CE, in parti eg. nel pũto D.

post.1. Si cõducano le rette CGF, DGA; & le rette CDEFAB; le quali, dico, che chiudono l'essagono equilatero, & equiangolo.

Dimostratione.

d.15.1. CGB è triangolo equilatero.

pr.5.1. Gli angoli del triangolo CGB sono eguali frà di loro.

pr.32.1. Et sono eguali à due retti; e però ciascuno di loro è la terza parte di due retti.

8.

pr.32.1. L'angolo esterno GCE è due terze parti di due retti.

pr.27.3. Gli ãg. CGD, CGE sono eguali; e però ciascuno di loro è la terza parte di due retti.

pr.4.1. Perche gli ang. & i lati DGE, DGC sono eguali; ãche i lati DC, DE, e gli ãg. che cõtengono cõ i diametri DG, GE sono egu.

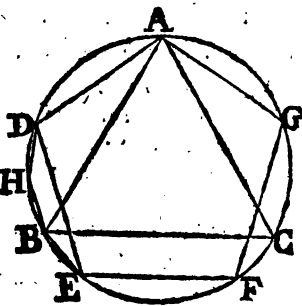
Cosi si dimostrerà, che tutti i lati, e tutti gli ang. dell'essagono sono egu. frà di loro.

Dunque l'essagono è equilatero, & equiangolo.

 Pro-

Probl. 16. Prop. 16.

IN vn dato circolo inscriuere vn quindècagono equilatero, & equiangolo.

Dato il circolo ACD. Bisogna inscriuergli vn quindecagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

pr. 2.4.	Si inscriua nel circolo il triangolo equilatero; vn lato del quale sia AB.
pr. 11.4.	Si inscriua nel circolo il pentagono; vn lato del quale sia AD.
pr. 17.3.	Si diuida l'arco BD in due eguali BH, HD.
post. 1.	Si conduca la retta BH.
pr. 1.4.	La BH si adatti 15. volte attorno la circonferenza; e per essa, dico, che è descritto il quindecagono equilatero, & equiãgolo.

Dimostratione.

Se la circonferenza del circolo è parti 15.

L'arco AB è la terza parte cioè parti 5.

Et l'arco AD è la quinta parte cioè parti 3.

Resta, che l'arco BD sia parti 2.

Et l'arco BH sia vna quintadecima parte della circonferenza.

Dunque adattãdosi BH quindici volte nella circonferenza descriuere il quindecagono equilatero, & equiangolo; perchè gli angoli sono sempre soura posti à portioni eguali.

LI-

LIBRO QVINTO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *DI due grandezze disegnali; la minore dicesi parte della maggiore; quando la minore misura la maggiore.*

2 *Et la maggiore dicesi molteplice della minore; quando la maggiore è misurata della minore.*

A

|—|

B

|—————|

A, B sono grandezze diseguali.

La minore A misura tre volte la maggiore B. Dicesi A parte di B. & B dicesi molteplice di A.

3 *Ragione dicesi il riguardo. che hanno frà di loro due grandezze, del medesimo genere, secondo la quantità.*

4 *Proportione dice la somiglianza delle ragioni.*

5 *Le grandezze si dicono hauer ragione frà di loro; quando moltiplicandosi, possono l'vna l'altra superarsi.*

6 *Di quattro grandezze; la prima alla seconda, dicesi essere nella medesima ragione, che*

è la terza alla quarta: quando, prese due vgualmente molteplici della prima, e della terza secondo qualsiuoglia moltiplicatione; e prese due altre vgualmente molteplici della seconda, e della quarta, secondo qualsiuoglia altra moltiplicatione; se la molteplice della prima, è maggiore della molteplice della seconda, ancora la molteplice della terza è maggiore della molteplice della quarta; se vguale, vguale; se minore, minore.

A, B, C, D sono quattro grandezze.
Prese le vgualmente molteplici della prima, e della terza A, C, che sono E, G secondo qualsiuoglia moltiplicatione.

A 3	B 4	C 6	D 8
E 21	F 16	G 42	H 32
E 36	F 36	G 72	H 72
E 9	F 20	G 18	H 40

Prese le vgualmente molteplici della seconda, e della quarta B, D, che sono F, H secondo qualsiuoglia moltiplicatione.
Se E è maggiore di F, ancora G è maggiore di H;
Se E è vguale ad F, ancora G è vguale ad H.
Se E è minore di F, ancora G è minore di H.
Supposte tutte questa cose verificarsi sempre.
Si dice, che A à B hà la medesima ragione, che C à D.

7 *Le grandezze, che hanno la medesima ragione, si dicono proportionali.*

§ Di

8 *Di quattro grandezze; la prima alla seconda, diceßi hauer maggior ragione, che la terza alla quarta: quando prese due vgualmente molteplici della prima, e della terza; e prese due vgualmente molteplici della seconda, e della quarta secondo alcune moltiplicationi; se la molteplice della prima è maggiore della molteplice della seconda, la molteplice della terza non è maggiore della molteplice della quarta.*

A, B, C, D sono quattro grandezze.
Prese le egualmente molteplici di A, C, che sono E, G;

A 5	B 6	C 3	D 4
E 20	F 18	G 12	H 12
E 25	F 24	G 15	H 16

Prese le vgualmente molteplici di B, D, che sono F, H;
Se E è maggiore di F; G non è maggiore di H:
Si dice, che A à B hà maggior ragione, che C à D.

9 *La proportione cōsiste almeno in tre termini.*

10 *Se tre grandezze sono proportionali (cioè, se la prima alla seconda hà la medesima ragione, che la seconda alla terza) la prima alla terza, si dice hauer ragione duplicata, della prima alla seconda.*

β *Ma se quattro grandezze sono continuamēte proportionali (cioè, se la prima alla seconda,*

seconda alla terza, la terza alla quarta, la medesima ragione; hanno la prima alla quarta, si dice hauer ragione triplicata, della prima alla seconda.

7 *E così la proportione delle estreme si dice sempre moltiplicata della proportione della prima alla seconda, secondo il numero delle proportionali, dopo la prima.*

11 *Homologe, e simili nelle ragioni proposte si dicono le antecedenti, e le conseguenti frà di loro.*

Le ragioni proposte sono A à B, C à D, E ad F.

A	B
C	D
E	F

A, C, E sono le antecedenti, & si dicono homologi frà di loro.

B, D, F sono le conseguenti, & si dicono homologe frà di loro.

12 *Permutate si dicono le ragioni quando si paragonano le antecedenti, & le conseguenti frà di loro.*

Permutate le ragioni A à B, e C à D, si fanno le ragioni A à C, e B à D.

13 *Conuersa dicesi la ragione, quando si paragona il conseguente, come se fosse antecedente, all'antecedente, come se fosse conseguente.*

Conuersa la ragione A à B, si fà la ragione B ad A.

14 *Com-*

14 *Compositione dalla ragione si dice: quando si paragona la somma dell' antecedente, e conseguente, alla conseguente.*

Componendosi la ragione A à B, si fà la ragione della somma di AB à B.

15 *Diuisione della ragione si dice: quando si paragona l'eccesso dell' antecedente, soura la conseguente alla conseguente.*

Diuidendosi la ragione A à B, si fà la ragione dell' eccesso di A soura B à B.

16 *Conuersione della ragione si dice; quando si paragona l' antecedente all' eccesso dell' antecedente soura la conseguente.*

La ragione A à B, per la conuersione, si fà la ragione di A all' eccesso di A, soura B.

17 *Ragione per l'egualità si dice: quando, paragonate, che sono le grandezze in due ordini d'egual moltitudine à due à due, si paragonano poi le estreme frà di loro.*

ABC, DEF sono due ordini di grandezze di A B C moltitudine eguali, ne i quali suppongo, D E F che siano paragonate le grandezze à due à due A à B, D ad E, B à C, E ad F; hora per l' egualità si fanno le ragioni delle estreme A à C, e D ad F.

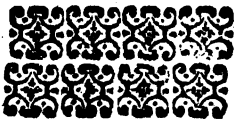
18 *Ordinata si dice la proportione; quando sarà, come l'antecedente alla conseguente della*

pri-

prima ragione, così l'antecedente alla conseguente della seconda ragione: e come la conseguente della prima à qualche altra cosa, così sarà la conseguente della seconda à qualche altra cosa.

19 *Perturbata si dice la proportione; quando sarà, come l'antecedente alla conseguente della prima ragione, così l'antecedente alla conseguente della seconda ragione: e come la conseguente della prima à qualche altra cosa. così qualche altra cosa all'antecedente della seconda.*

Come A à B, così stà D ad E; e come B à C, così stà E ad F: la proportione delle grandezze ABC, DEF, si dice ordinata.	A	B	C
	D	E	F

Come A à B, così stà E ad F; e come B à C, così stà D ad E: la proportione delle grandezze ABC, DEF si dice perturbata.

Teor-

Teor. 1. Prop. 1.

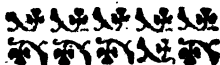
SE alquante grandezze sono egualmente molteplici di altretante parti. ancora la somma delle molteplici è vgualmente molteplice della somma delle parti.

A è vgualmente molteplice di B, come C di D.
Dico, che la somma di AC è vgualmente molteplice della somma di BD, come A di B.

A C

B D

Dimostratione.

B misura A tante volte, quante D misura C: ed altretante volte, quante la somma di BD misura la somma di AC.
Dunque la somma di AC è vgualmente molteplice della somma di BD, come A di B.

Teor. 2. Prop. 2.

SE la prima è vgualmente molteplice della seconda, come la terza della quarta; & se la quinta è vgualmente molteplice della seconda, come la sesta della quarta. la somma della prima, e della quinta è vgualmente molteplice della seconda, come la somma della terza, e della sesta è molteplice della quarta.

A è vgualmente molteplice di B, come C di D.
E è vgualmente molteplice di B, come F di D.
Dico, che la somma di AE è vgualmente molteplice di B, come la sōma di CF è molteplice di D.

Dimostratione.

La moltitudine delle parti A è vguale alla moltitudine delle parti C.
La moltitudine delle parti E è vguale alla moltitudine delle parti F.
Dunque la moltitudine delle parti AE è vguale alla moltitudine delle parti CF per l'ass. 12.
Dunque la somma di AE è vgualmente molteplice di B, come la somma di CF è molteplice di D.

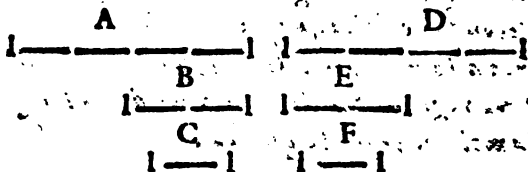
Teo-

Teor. 3. Prop. 3.

SE in due ordini di tre grandezze l'vno, le prime sono egualmente molteplici delle seconde, & le seconde sono egualmente molteplici delle terze. per l'egualità, sono le prime egualmente molteplici delle terze.

A D

B E

C F

ABC, DEF sono due ordini di tre grandezze l'vno. A è vgualmente molteplice di B, come D di E. è B è vgualmente molteplice di C, come E di F. Dico per l'egualità, che A è vgualmente molteplice di C, come D di F.

Dimostratione.

Vna parte di A eguale à B è vgualmente molteplice di C, come vna parte di D eguale ad E è molteplice di F.

Due parti di A eguali à B sono egualmente molteplici di C, come due parti di D eguali ad E sono molteplici di F. Per la prop. 2.

Parimente, perche le parti di A eguali à B sono altretante, quante le parti di D eguali ad E; prouaremo, che A è vgualmente molteplice di C, come D di F.

Teo-

Teor. 4. Prop. 4.

SE la prima alla seconda hà la medesima ragione, che la terza alla quarta; e sono prese le vgualmente molteplici della prima, e della terza; & altre vgualmente molteplici della seconda, e della quarta. la molteplice della prima alla molteplice della seconda hà la medesima ragione, che la molteplice della terza alla molteplice della quarta.

A à B hà la medesima ragione, che C à D.
EG sono egualmente molteplici di AC.
FH sono egualmente molteplici di BD.
Dico, che E ad F hà la medesima ragione, che G ad H.

A	B	C	D
E	F	G	H
I	K	L	M

Preparatione.

Si facciano IL egualmente molteplici di EG; e KM egualmente molteplici di FH.

Dimostratione.

Perche IL sono egualmente molteplici di EG; & EG egualmente molteplici di AC: per l'egualità IL sono egualmente molteplici di AC. *pr.3.5.*

Parimente si dimostrerà, che KM sono egualmente molteplici di BD.

d.6.5. Perche ABCD sono proportionali; se I è maggiore di K, ancora L è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore minore.

d.6.5. Dunque E ad F hà la medesima ragione, che G ad H.

Teo-

Teor. 5. Prop. 5.

SE vna grandezza è vgualmente molteplice d'vn altra come la portione, che si leua dall' vna, è molteplice della portione, che si leua dall' altra. ancora la rimanente dall' vna è vgualmente molteplice della rimanente dall' altra.

AB è vgualmente molteplice di CD come A di C.
Dico, che B è vgualmente molteplice di D, come A di C.

Preparatione.

Si faccia E vgualmente molteplice di D, come A di C.

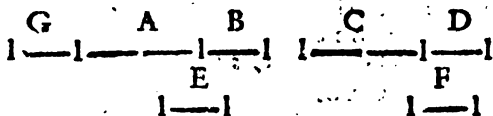
Dimostratione.

pr.1.5. | EA è vgualmente molteplice di CD, come A di C; come di AB di CD.
| EA, & AB sono eguali.
ass.3. | E, B sono eguali.
| Dunque B è vgualmente molteplice di D, come A di C.

Teo-

Teor. 6. Prop. 6.

SE due grandezze sono egualmente molteplici di due altre, & se due portioni delle prime sono egualmente molteplici delle seconde, le rimanenti dalle prime sono eguali, ouero egualmente molteplici delle seconde.

G A B C D
E F

AB è vgualmente molteplice di E, come CD di F.
A è vgualmente molteplice di E, come C di F.
Dico, che B è vguale, ouero egualmente molteplice di E come D di F.

Preparatione.

Come D è vguale, ouero egualmente molteplice di F; così si faccia G eguale, ouero egualmente molteplice di E.

Dimostratione.

GA è vgualmente molteplice di E, come CD di F; e come AB di E. Per la prop. 2.
GA, & AB sono eguali.
AG, B sono eguali.
Dunque B è vguale, ouero egualmente molteplice di E, come D di F. Per l'ass. 3.

Teor. 7. Prop. 7.

Le grandezze eguali alla medesima hanno la medesima ragione: & la medesima alle vguali.

AB sono grandezze vguali.	A	C	B	C
Dico, che A à D hà la medesima ragione, che B à C.	D	E	D	E

E conuertendosi, che C ad A hà la medesima ragione, che C à B.

Preparatione.

Si prendano le grandezze D D egualmente molteplici delle vguali.
AB, & le E E vgualmente molteplici di C.

Dimostratione.

D D sono eguali frà di loro.
E E sono eguali frà di loro.
Se D, come molteplice di A, è maggiore di E, ancora D, come molteplice di B, è maggiore di E: se vguale vguale: se minore, minore.
Dunque A à C hà la medesima ragione, che B à C. Per la def. 6.
E conuertendosi, C ad A hà la medesima ragione, che C à B.

Teo-

Teor. 8. Prop. 8.

DElle grandezze disegvali, la maggiore ad vn'altra hà maggior ragione, che la minore: e conuertendosi, l'altra alla minore hà maggior ragione, che alla maggiore.

A è maggiore di B.
Dico; che A à C hà maggior ragione, che B à C.
E conuertẽdosi, che C à B à maggior ragione, che C ad A.

		E	
		D	
A	C	B	C
EF	G	F	G

Preparatione.

Sia D l'eccesso di A soura B.
Si prenda D tante volte in E, che si faccia maggiore di C.
Facciasi F egualmente molteplice di B, come E è molteplice di D.
Si prenda C tante volte in G, che si faccia la prima volta maggiore di F.

Dimostratione.

Perche G è quel molteplice di C, che si fà la prima volta maggiore di F; non sarà l'eccesso di G soura

 F mag-

F maggiore di C.				E
E è maggiore di G.				D
Dunque E è maggiore dell'eccesso di G soura F.	A EF	C G	B F	C G

Dunque (Aggiungendo F commune) EF è maggiore di G.

Perche E, F sono egualmente molteplici di D, B ancora EF è vgualmente molteplice di DB, come F di B. Per la prop. 2.

DB è vguale ad A.

Dunque EF è vgualmente molteplice di A come F di B.

EF è maggiore di G; & F è minore, come si è dimostrato.

Dunque A à C hà maggior ragione, che B à C. Per la def. 7.

E perche G è maggiore di F; & è minore di EF.

Dunque conuertendosi, C à B hà maggior ragione, che C ad A. Per la medesima def. 7.

Teor.

Teor. 9. Prop. 9.

Le grandezze, che hanno la medesima ragione ad vna medesima grandezza, sono eguali: e quelle, alle quali vna medesima grandezza hà la medesima ragione, sono eguali.

A à B hà la medesima ragione, che C à B. A B C B

Dico, che AC sono eguali.

Instanza.

AC sono disequali, & A è maggiore.

Risposta.

pr. 8.	A à B hauerà maggior ragione, che C à B contro la suppositione, che habbiamo fatta.
ass. 16.	Dunque AC sono eguali.

B à C hà la medesima ragione, che B ad A.

Dico, che AC sono eguali.

Instanza.

AC sono disequali, e C è minore.

Risposta.

pr. 8.	B à C hauerà maggior ragione, che B ad A. contro la suppositione.
ass. 16.	Dunque AC sono eguali.

Teor. 10. Prop. 10.

DI due grandezze, che hanno ragioni disequali ad una medesima, quella, che hà la ragione maggiore, è maggiore, e quella, alla quale la medesima hà la ragione maggiore, è minore.

A à C hà maggior ragione, che B à C. A C B C

Dico, che A è maggiore di B.

Instanza.

A non è maggiore di B; mà eguale, ò minore.

Risposta.

pr.8.	A à C hauerà eguale, ò minor ragione, che B à C. contro la suppositione.
ass.16.	Dunque A è maggiore di B.

C à B hà maggior ragione, che C ad A.

Dico, che B è minore di A.

Instanza.

B non è minore di A; mà eguale, ò maggiore.

Risposta.

pr.8.	C à B hauerà eguale, ò minor ragione, che C ad A. contro la suppositione.
ass.16.	Dunque B è minore di A.

Teo-

Teor. 11. Prop. 11.

Le ragioni, che sono le medesime ad vna istessa, sono le medesime frà di loro.

A à B hà la medesima ragione, che C à D.	A	B	C	D	E	F
	G	K	H	L	I	M

C à D hà la medesima ragione che E ad F.

Dico, che A à B hà la medesima ragione, che E ad F.

Preparatione.

Si facciano le GHI egualmente molteplici delle ACE.

Si facciano le GHI egualmente molteplici delle BDF.

Dimostratione.

Perche A à B hà la medesima ragione, che C à D; se G è maggiore di K, ancora H è maggiore di L; se vguale, vguale; se minore minore. Per la def. 6. di questo lib.

E perche C à D hà la medesima ragione, che E ad F; se H è maggiore di L, ancora I è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore, minore.

Se G è maggiore di K, ancora I è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore, minore.

Dunque A à B hà la medesima ragione, che E ad F.

Teor. 12. Prop. 12.

SE alquante grandezze sono proportionali, come una delle antecedenti alla sua conseguente, così stanno tutte le antecedenti à tutte le conseguenti.

A à B, C à D, E à F sono egualmente proportionali.

Dico, che ACF insieme prese à BDF insieme prese sono, come A à B

G	H	I
A	C	E
B	D	F
K	L	M

Preparatione.

Si prendano G, H, I equemolteplici di A, C, E: & altre K, L, M equemolteplici di B, D, F.

Dimostratione.

Se G è maggiore di K, ancora H è maggiore di L, & I di M, & GHI insieme prese sono maggiori di KLM insieme prese, se vguale vguali: se minore, minori.

Perche G, H, I sono egualmente molteplici di A, C, E; come G è molteplice di A, così GHI insieme prese, sono egualmente molteplici di ACE insieme prese. Per la prop. 5.

E per la medesima ragione; come K è molteplice di B, così KLM insieme prese sono egualmente molteplici di BDF insieme prese.

Dunque, come A à B, così sono ACE insieme prese à BDF insieme prese. Per la def. 6.

Teo-

Teor. 13. Prop. 13.

SE la prima alla seconda hà la medesima ragione, che la terza alla quarta; & se la terza alla quarta hà maggior ragione, che la quinta alla sesta, la prima alla seconda hà maggior ragione, che la quinta alla sesta.

A à B hà la medesima ragione, che C à D; C à D hà maggior ragione, che E ad F.	L	G	H
	A	C	E
	B	D	F
Dico, che A à B hà maggior ragione, che E ad F.	M	I	K

Preparatione.

Si prendano alcune GH egualmente molteplici di CE, & alcune altre IK egualmente molteplici di DF; in modo, che G sia maggiore di I, & H non sia maggiore di K. come si può fare per la def. 7.

Si prendano L egualmente molteplici di A, come G di C; & M di B, come I di D.

Dimostratione.

Se L è maggiore di M, ancora G è maggiore di I; & se G è maggiore di I, non è H maggiore di K: Dunque se L è maggiore di M, non è H maggiore di K.

Dunque A à B hà maggior ragione, che E ad F.

Teo-

Teor. 14. Prop. 14.

SE la prima alla seconda hà la ragione medesima, che la terza alla quarta; & se la prima è maggiore della terza, ancora la seconda è maggiore della quarta; se vguale, vguale; se minore, minore.

A à B hà la medesima raggione, che C à D.   A B C D

Dico, che se A è maggiore di C, ancora B è maggiore di D; se vguale, vguale, se minore, minore.

Dimostratione.

pr.8.	Se A è maggiore di C; A à B hà maggior ragione, che C à B;
pr.13.	Ma come A à B, cosi è C à D; onde C à D hà maggior ragione, che C à B.
pr.10.	Dunque D è minore di B, e B maggiore di D.
pr.7.	Se A è vguale à C; A à B hà la medesima ragione, che C à B.
pr.11.	Et C à D la medesima, che C à B.
pr.9.	Dunque B D sono eguali.
	Se A è minore di C; C è maggiore di A: & come C à D, cosi è A à B.
pr.14.	Dunque D è maggiore di B, e minore di D.

Teor.

Teor. 15. Prop. 15.

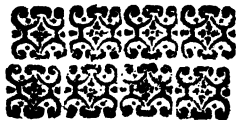
Le parti sono frà di loro nella medesima ragione, che le egualmente molteplici; e sono homologe le parti con le sue molteplici.

A è vgualmente molteplici di C, come B di D. . A. C C D

Dico, che A à B hà la ragione medesima, che C à D.

Dimostratione.

Come C à D così è ciascuna delle parti di A à ciascuna delle parti di B: & in A sono tanti antecedenti eguali à C, quanti conseguenti eguali à D sono in B.

Dunque, come C à D, così è A à B. Per la prop. 12.

Teor.

Teor. 16. Prop. 16.

SE quattro grandezze sono proportionali. ancora permutandosi sono proportionali.

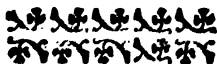
A à B stà, come C à D.
Dico permutandosi, che A à C stà, come B à D.

E	F
A	C
B	D
G	H

Preparatione.

Si prendano EG egualmente molteplici di AB; & altre GH egualmente molteplici di CD.

Dimostratione.

pr. 15.	Come stà E à G; così stanno A à B, C à D, & F ad H.
pr. 14.	Se E è maggiore di F, ancora G è maggiore di H; se vguale, vguale; se minore, minore.
d. 6.	Dunque A à C stà, come B à D.

Teo-

Teor. 17. Prop. 17.

SE composte le grandezze sono proportionali. ancora diuidendosi sono proportionali.

AB à B hà la medesima ragione, che CD à D.
Dico, che diuidendosi, A à B hà la medesima ragione, che C à D.

EF	FI	GH	HL
AB	B	CD	D
A	B	C	D
E	F	G	L

Preparatione.

Si prenda E molteplice di A, & F, G, H egualmente molteplici di B, C, D.

Si prenda vn altra I molteplice di B, & L egualmente molteplice di D.

Dimostratione.

pr. 1. Perche E, F, G, H sono egualmente molteplici di A, B, C, D: ancora EF insieme prese sono egualmente molteplici di AB, come GH di CD insieme prese.

pr. 2. Perche F, H sono egualmente molteplici di B, D, & I, L egualmente molteplici delle medesime B, D; ancora FI insieme prese sono egualmente molteplici di B, come HL insieme prese di D.

d. 6. Perche AB à B stà, come CD à D; se EF è maggiore di FI, ãcora GH è maggiore di HL; se vguale, vguale; se minore, minore.

ass. 4. *ass. 5.* Ma se E è maggiore di I; ancora EF è maggiore di FI; GH di HL; & G di L: se vguale, vguali; se minore, minori.

def. 6. Dunque A à B hà la medesima ragione, che C à D.

Teo-

Teor. 18. Prop. 18.

SE diuise le grandezze sono proportionali, ancora componendosi, sono proportionali.

A à B stà, come C à D.

Dico componendosi, che AB à B stà, come CD à D.

E

A B C D

Preparatione.

Come AB à B, cosi s'intenda essere CE ad E.

Dimostratione.

pr. 17.	Diuidendosi come A à B, così è C ad E.
pr. 11.	Ma, come A à B, cosi è C à D; Dunque C à D è come C ad E.
pr. 9.	D, E sono eguali.
pr. 7.	CD à D stà, come CD ad E, e come AB à B,
pr. 11.	Dunque componendosi, come AB à B, cosi stà CD à D.

Teor. 19. Prop. 19.

SE tutta à tutta stà, come vna portione à vna portione. ancora la rimanente alla rimanente stà, come tutta à tutta.

AB à CD stà, come B à D.

Dico, che A à C stà, come AB à CD.

A B

C D

Preparatione.

pr. 16.	Perche AB à CD stà, come B à D; permutandosi AB à B stà, come CD à D.
pr. 17.	E diuidendosi A à B, come C à D.
pr. 16.	E permutandosi A à C. come B à D, e come AB à CD,
pr. 11.	Dunque A à C stà, come AB à D.

Teo-

Teor. 20. Prop. 20.

SE sono due ordini di tre grandezze l'vno, in proportione ordinata; & se nel primo ordine la prima è maggior della terza, ãcora per l'egualità nel secondo ordine la prima è maggiore della terza. se vguale, vguale. se minore, minore.

ABC, DEF sono due ordini di grandezze.	A	B	C
	D	E	F

Come A à B, così stà D ad E; e come B à C, così stà E ad F.

Dico per l'egualità, che se A è maggiore di C, ancora D è maggiore di F; se vguale, vguale; se minore minore.

Dimostratione.

pr. 8.	Se A è maggiore di C; A à B hà maggior ragione, che C à B.
	A à B, e D ad E sono ragioni eguali.
	C à B, & F ad E sono ragioni eguali.
pr. 13.	D ad E hà maggior ragione, che F ad E.
pr. 10.	Dunque D è maggiore di F.
pr. 7.	Se A è vguale à C; A à B, C à B, D ad E, F ad E sono ragioni eguali.
pr. 7.	Dunque D, F sono eguali.
	Se A è minore di C: & C è maggiore di A: e per l'egualità si dimostrerà, che F è maggiore di D.
pr. 20.	Dunque D è minore di F.

Teor.

Teor. 21. Prop. 21.

SE sono due ordini di tre grandezze l'uno, in proportione perturbata; & se nel primo ordine la prima è maggiore della terza. ancora per l' egualità nel secondo ordine la prima è maggiore della terza, se vguale, vguale. se minore, minore.

ABC, DEF sono due ordini di grandezze. A B C / D E F

Come A à B, così stà E ad F; come B à C, così stà D ad E.

Dico, che per l'egualità, se A è maggiore di C, ancora D è maggiore di F: se vguale, vguale; se minore, minore.

Dimostratione.

pr. 8.	Se A è maggiore di C; A à B hà maggior ragione; che C à B.
	A à B, E ad F sono ragioni eguali.
	B à C, D ad E sono ragioni eguali.
pr 13.	E ad F hà maggior ragione, che E à D.
pr. 10.	Dunque F è minore di D. è maggiore di F
pr. 7.	Se A è vguale à C; A à B, C à B. E à D, E. ad F sono ragioni eguali.
pr 7.	Dunque D, F sono eguali.
pr. 21.	Se A è minore di C: & C è maggiore di A: e per l' egualità si dimostrerà, che D è minore di F.

Teo-

Teor. 22. Prop. 22.

SE sono due ordini di egual moltitudine di grandezze in proportione ordinata per l'egualità la prima del primo ordine all'vltima hà la medesima ragione, che la prima del secondo all'vltima.

ABC, DEF sono due ordini di egual moltitudine di grandezze.

A	B	C
D	E	F

A à B, D ad E
B à C, E ad F } sono ragioni eguali.

Dico per l'egualità, che A à C, D ad F sono ragioni eguali.

Dimostratione.

pr. 16.	Perche A à B stà come D à E; permutandosi A à D stà come B ad E.
pr. 16.	Parimente perche B à C stà, come E ad F; permutandosi B ad E stà, come C ad F.
pr. 11.	A à D, B ad E, C ad F sono ragioni eguali.
pr. 16.	Dunque permutandosi A à C, D ad F sono ragioni eguali.

Teor. 23. Prop. 23.

SE sono due ordini di egual moltitudine di grandezze in proportione perturbata per l'egualità, la prima del primo ordine all'vltima hà la medesima ragione, che la prima del secondo all'vltima.

G	H	I
A	B	C
D	E	F
N	L	M

ABC, DEF sono due ordini di egual moltitudine di grandezze.

A à B, E ad F
B à C, D ad E } sono ragioni eguali.

Dico per l'egualità, che A à C, D ad E sono ragioni eguali.

Preparatione.

Si prendano G, H, N egualmente molteplici di A, B, D, & altre I, L, M egualmente molteplici di C, E, F.

Dimostratione.

pr. 15. G ad H, A à B, E ad F, L ad M sono ragioni eguali.

pr. 4. Perche B à C stà come D ad E, & sono H, N egualmente molteplici di B, D, & I, L egualmente molteplici di C, E, come H ad I così stà N ad L.

pr. 21. Perche GHI, NLM sono due ordini di tre grandezze l'vno in proportione perturbata; se G è maggiore di I, ancora N è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore, minore.

def. 6. Dunque A à C, e D ad F sono ragioni eguali.

Teo-

Teor. 24. Prop. 24.

SE la prima alla seconda hà la medesima ragione che la terza alla quarta; e se la quinta alla seconda hà la medesima ragione, che la sesta alla quarta. la prima con la quinta alla seconda hà la medesima ragione, che la terza con la sesta alla quarta.

A à B; C à D sono ragioni eguali.

A	E	C	F
	B		D

E à B, F à D sono ragioni eguali.

Dico, che AE à B, & CF à D hanno ragioni eguali.

Dimostratione.

pr. 22.	Perche A à B, C à D sono ragioni eguali; e conuertendosi B ad E, D ad F sono ragioni eguali: per l'egualità sono A ad E, e C ad F ragioni eguali.
pr. 18.	E componendosi AE ad E, e CF ad F sono ragioni eguali.
pr. 22.	E perche ancora E à B, & F à D sono ragioni eguali; dunque per l'egualità AE à B, e CF à D sono ragioni eguali.

Teor. 25. Prop. 25.

SE quattro grandezze sono proportionali, la massima, & la minima sono maggiori dell altre due.

A à B, C à D sono ragioni eguali.
A è la massima.
Dimostrarò che D è la minima.
Dico, che AD sono maggiori di BC.

A	
B	E
C	
D	F

Dimostratione.

Perche A è maggiore di B, sia E l'eccesso di A soura B.

pr. 14. Perche A à B stà come C à D, & A è maggiore di C ancora B è maggiore di D.

pr. 16. E permutandosi, perche A à C stà, come B à D, & A è maggiore di B ancora C, è maggiore di D.

Dunque habbiamo dimostrato, che D è la minima.

Sia F l'eccesso di C soura D.

pr. 7. Perche A è vguale à BE è C vguale à DF:

pr. 11. BE à B, A à B, C à D, DF à D sono ragioni eguali.

pr. 17. E diuidēdosi B à E, D à F sono ragioni egu.

pr. 14. Perche B è maggiore di D; ancora E è maggiore di F.

ass. 4. Et aggiungendo communi BD: EBD sono maggiori di BDF.

ass. 2. EBD, AD sono eguali.

ass. 2. BDF, BC sono eguali.

ass. 1. Dunque AD sono maggiori di BC.

LIBRO SESTO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *Simili si dicono le figure equiangole, quando attorno à gli angoli eguali, hanno i lati proportionali.*

2 *Reciproce si dicono le figure, in ciascuna delle quali si trouano un'antecedente, e un conseguente di due ragioni eguali.*

3 *Vna linea dicesi esser tagliata, secondo l'estrema, e media ragione; quando si taglia disegualmente in modo, che tutta al maggior segmento stà, come il maggior segmento al minore.*

4 *Altezza di ciascuna figura si dice la perpendicolare, condotta dal vertice alla base.*

5 *Vna ragione si dice composta di più ragioni; quando la quantità delle componenti, moltiplicandosi, producano la quantità della composta.*

Per quantità della ragione si deue intendere la de-

nominatione, che riceue l'antecedente dalla conseguente; cioè per quanto può la conseguente misurare l'antecedente;

Così, se l'antecedente è vguale alla conseguente, l'vnità è la quantità della ragione; perche la conseguente vna volta sola misura l'antecedente.

Se l'antecedente è molteplice della conseguente; come per esempio è doppio il binario, e quantità della ragione; perche la conseguente misura due volte l'antecedente.

Se l'antecedente è parte della conseguente; come per esempio la metà, mezza vnità cioè è la quantità della ragione, $\frac{1}{2}$ perche la conseguente misura l'antecedente solo per vna sua metà;

Parimente se l'antecedente contiene vna volta, e mezzo la conseguente; la quantità della ragione è $1\frac{1}{2}$.

Et se l'antecedente contiene solo due terze parti della conseguente la quantità è $\frac{2}{3}$.

Ed in somma la quantità della ragione di A à B è come vna frattione Aritmetica $\frac{A}{B}$ nella quale A viene denominata da B.

Hora siano proposte tre ragioni A à B, C à D, E ad F.

A B C D E F

$\frac{A}{B}$ $\frac{C}{D}$ $\frac{E}{F}$

G H

$\frac{ACE}{BDF}$

A 3

A 3 B 2 C 3 D 4 E 1 F 2

$\frac{3}{7}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$

G 9 H 8

$\frac{9}{8}$

Moltiplicandosi le tre quantità delle tre ragioni fra di loro, si fà la quantità della ragione di G ad H. Dicesi, che G ad H hà ragione composta delle ragioni A à B, C à D, E ad F.

Corollario.

Da queste cose ne seguita, che se saranno molte grandezze poste in ordine; la prima all'vltima hà ragione composta della prima alla seconda, della seconda alla terza, e così ordinatamente fino all'vltima.

Siano le grandezze ABCD. Dico, che A à D ha ragione composta di A à B, di B à C, di C à D.

A B C D

$\frac{A}{B}$ $\frac{B}{C}$ $\frac{C}{D}$

$\frac{ABC}{BCD}$ ouero $\frac{A}{D}$

Perche moltiplicandosi le quantità delle ragioni $\frac{A}{B}$, $\frac{B}{C}$, $\frac{C}{D}$ fanno vn prodotto $\frac{ABC}{BCD}$ nel quale

A 3 B 5 C 6 D 2

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{2}$

$\frac{90}{60}$ ouero $\frac{3}{2}$

le grandezze intermedie B, C sono inutili, essendo le medesime da se stesse denominate; e restano $\frac{A}{D}$ la prima denominata dall'vltima, che ap-

punto è la quantità della ragione A à D.

Dunque A à D hà ragione composta di A à B, di B à C, di C à D.

Teor. 1. Prop. 1.

I Triangoli, & i parallelogrammi, che hanno la medesima altezza sono frà di loro, come le basi.

I triangoli ABC, ABD; & i parallelogrammi EB, BF hanno la medesima altezza AB.

Dico, che il triangolo ABC al triãgolo ABD, stà come CB à BD.

Et che il parallelogrammo EB al parallelogrammo BF stà, come CB à BD.

E A F

G C B D H I K

Preparatione.

post. 2.	Si prolunghi BD in GK.
pr. 3. 1.	Si faccia GB molteplice di BC, secondo qualsiuoglia moltiplicatione; e siano le sue parti GC, CB.
pr. 3. 1.	Si faccia ancora KB molteplice di BD, secondo qualsiuoglia altra multiplicatione; e siano le sue parti KI, IH, HD, DB.
post. 1.	Si conducano le rette AG, AH, AI, AK.

Di-

Dimostratione.

Quante sono le parti eguali GC, CB; tanti sono i triangoli eguali AGC, ACB. Per la prop. 38. 1.

Il triangolo AGB è vgualmente molteplice del trãgolo ACB, come la base GB della base BC.

Parimente si dimostrerà, che il triangolo AKB è vgualmente molteplice del triangolo ABD, come la base KB della base BD.

Se la base GB è maggiore della base BK ancora il triangolo AGB è maggiore del triangolo ABK: se vguale, vguale; se minore, minore.

Dunque come CB à BD, così stà il triangolo ACB al triangolo ABD. Per la def. 6. 5.

Ma i parallelogrammi EB, BF sono egualmente molteplici de i triangoli ABC, ACD. Per la 41. 1

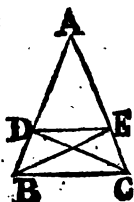
Dunque come stà il triangolo ABC al triangolo ABD, ouero la base BC alla base BD, così stà il parallelogrammo EB al parallelogrammo BF. Per la 15. 5.

Teo-

Teor. 2. Prop. 2.

Alla base del triangolo condotta una parallela, taglia i lati in proportione. E quella retta, che taglia i lati del triangolo in proportione, è parallela alla base.

Nel triangolo ABC, alla base BC è parallela DE.
Dico, che AD, à DB stà, come AE ad EC.

Preparatione.

post. 1.	Si conducano le rette BE, DC.

Dimostratione.

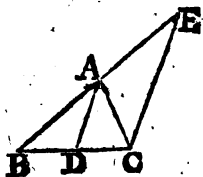
*pr.*38.1.	I triangoli DBE, DCE sono eguali.
*pr.*1.6.	AD à DB.
*pr.*7.5.	Il triangolo ADE al triangolo EDB.
*pr.*1.6.	Il triangolo ADE al triangolo EDC.
	AE ad EC.
	sono ragioni eguali.
*pr.*11.5.	Dunque AD à DB stà, come AE ad EC.

Teor.

Teor. 3. Prop. 3.

LA retta, che diuide l'angolo del triangolo parti eguali. diuide la base in parti proportionali frà di loro come i lati attorno all'angolo. Et la retta, che diuide la base in parti proportionali, come i lati; e passa per l'angolo contenuto da i lati. lo taglia in parti eguali.

Nel triangolo ABC, la retta AD diuide l'angolo BAC in due angoli BAD, DAC eguali; e diuide la base in D.

Dico, che BD à DC stà come BA ad AC.

Preparatione.

pr.31.1.	Si conduca CE parallela à DA.
post. 2.	Si prolunghi BA in E.

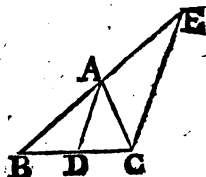
Dimostratione.

pr.29.1.	Gli angoli ECA, CAD, DAB, CEA sono eguali.
pr.5.1.	I lati CA, AE sono eguali.

BA

pr 7.5.	BA ad AC
pr.1.6.	BA ad AE } sono ragioni eguali.
	BD à DC
pr.11.5.	Dunque BD à DC stà come BA ad AC.

Nel triangolo ABC la retta AD diuide la base in modo, che BD à DC stà, come BA ad AC.

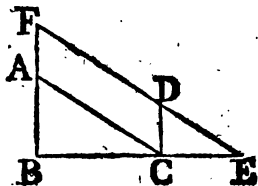
E A B D C

Dimostratione.

	BA ad AC
pr.2.6.	BD à DC } sono ragioni eguali.
pr.7.5.	BA ad AE
	AC, AE sono eguali.
	L'angolo DAC
pr.29.1.	L'angolo ACE } sono eguali.
pr.5.1.	L'angolo CEA
pr.29.1.	L'angolo DAB
ass.1.	Dunque gli angoli DAC, DAB sono eguali.

Teo-

Teor. 4. Prop 4.

I Triangoli equiangoli hanno proportionali i lati, che sono intorno à gli angoli eguali; e sono homologi quei lati, che si oppongono à gli angoli eguali.

I triangoli ABC, DCE sono equiangoli.
Gli angoli ABC, DCE
Gli angoli BCA, CED } sono eguali.
Gli angoli BAC, CDE
Dico, che AB à BC stà, come DC à CE.

Preparatione.

Si pongono le basi BC, CE in dirittura; & i triangoli, e gli angoli eguali, verso le medesime parti.

post. 2. Si prolunghino i lati BAF, EDE.

Dimostratione.

pr. 28. 1. Perche gli angoli ABC, DCE; & gli angoli ACB, DEC sono eguali: le rette BAF, CD; & le rette EFD, CA sono parallele.

d. 35. 1. AD è parallelogrammo.

pr. 34. 1. I lati opposti AF, CD sono eguali.

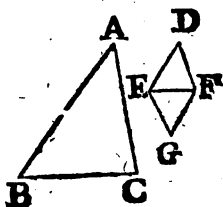
pr 7. 5. BA à CD
pr. 2. 6. BA ad AF } sono ragioni eguali.
BC à CE

pr. 16. 5. Dunque permutandosi, AB à BC stà, come DC à CE.

Teo-

Teor. 5. Prop. 5.

SE due triangoli hanno i lati proportionali, sono equiangoli; & hanno eguali quegli angoli, che sono sottesi da i lati homologi.

Ne i triangoli ABC, DEF; AB à BC stà come DE ad EF; & AC à CB, come DF ad FE. Dico, che i triangoli sono equiangoli; & che gli angoli C, DFE; & gli angoli A, D sono eguali.

Preparatione.

pr.23.1. | All' angolo C si faccia eguale l'angolo GFE; & all'angolo B l'angolo GEC.

Dimostratione.

pr.32.1. | Gli angoli A, G sono eguali; & i triangoli ABC, GEF sono equiangoli.

DE ad EF	DF ad FE
(AB à BC	(AC à GB
(GE ad EF	(GF ad FE

pr.4.6. | sono ragioni eguali.

pr.7.5. | DE, GE; sono eguali.
DF, GF sono eguali.

pr.8.1. | Dunque gli angoli, DFE, GFE, C; & gli angoli D, G, A sono eguali, & i triangoli DFE, GFE, ACB sono equiangoli.

Teo-

Teor. 6. Prop. 6.

SE due triangoli hanno vn angolo eguale ad vn angolo, e proportionali quei lati, che sono attorno à gli angoli eguali, sono equiangoli; & hanno eguali ancora gli altri angoli, à i quali sottendono i lati homologi.

Due triangoli ABC, DEF hanno gli angoli ABC, DEF eguali.

AB à BC; DE ad EF sono ragioni eguali.

Dico, che i triangoli ABC, DEF sono equiangoli; e gli angoli ACB, DEF; & gli ang. A, D sono eguali.

Preparatione.

pr. 23. 1.	Si facciano gli angoli FEG, EFG eguali à gli angoli B, C.

Dimostratione.

pr. 32. 1.	I triangoli ABC, GEF sono equiangoli,
	DE ad EF } AB à BC } sono ragioni eguali. GE ad EF }
pr. 4. 6.	
pr. 7. 5.	DE GE sono eguali.
	DE, GF } Gli angoli DFE, GFE } sono eguali. Gli angoli D, G }
pr. 4. 1.	
ass. 1.	Dunque i triangoli ABC, GEF, DEF sono equiangoli, & gli angoli C, DFE; & gli angoli A, D sono eguali.

Teo-

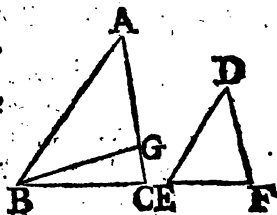
Teor. 7. Prop. 7.

SE due triangoli hanno vn angolo eguale ad vn angolo; ed attorno a gli altri angoli i lati proportionali; & che gli angoli rimanenti siano della medesima specie. hanno ancora eguali quegli angoli, attorno i quali sono i lati proportionali.

Nei triangoli ABC, DEF gli angoli A, D sono eguali;
Le ragioni AB al BC, & DE ad EF sono eguali.
Gli angoli C, F sono ambedue della medesima specie, acuti, retti, ouero ottusi.
Dico, che gli angoli ABC, E sono eguali.

Instanza,

Gli angoli ABC, E non sono eguali; ma si bene gli angoli ABG, E.

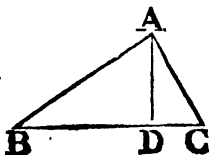
Ri-

Risposta.

pr.32.1.	I triangoli ABG, DEF saranno equiangoli
pr.4.6.	AB à BC, DE ad EF, AB à BG saranno ragioni eguali.
pr.7.5.	BC, BG saranno eguali.
pr.5.1.	Gli angoli C, BGC saranno eguali.
pr.17.1.	Gli angoli C, BGC saranno acuti.
	Perche l'angolo E è acuto; ancora l'angolo F; e l'angolo BGA, che gli è vguale, saranno acuti.
	E però la BG soura la CA farà due angoli BGA, BGC eguali à due acuti. contro la prop. 13. 1.
ass.16.	Dunque gli angoli ABC, E sono eguali.

N Teo-

Teor. 8. Prop. 8.

NEl triangolo rettangolo, se dall' angolo retto casca la perpendicolare soura la base, diuide il triangolo in due triangoli simili frà di loro, e simili à tutto il triangolo.

ABC è triangolo rettangolo.
Dall'angolo retto A casca la AD perpendicolare soura BC.
Dico, che i triangoli ABD. ACD, ABC sono simili.

Dimostratione.

pr.32.1. | Perche nel triangolo ADB l' angolo D è retto, gli altri angoli B, BAD sono eguali al retto BAC.

ass.3. | E leuando commune l' angolo BAD, gli angoli rimanenti B, DAC sono eguali.
Parimente si dimostrerà, che gli angoli BAD, C sono eguali.

ass.12. | Gli angoli D sono retti, e però eguali all' angolo BAC.

pr.23 1. | I triangoli ABD, ADB, ABC sono equiangoli.

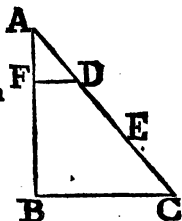
pr.4.6. | Et hanno proportionali i lati attorno à gli angoli eguali.

d.1.6. | Dunque i triangoli ABD, ADC, ABC sono simili.

Teo-

Probl. 1. Prop. 9.

D*Ato vna linea retta tagliar la parte proposta.*

Data la linea AB.
Propoſta la terza parte.
Biſogna tagliare la AF, che ſia la terza parte di AB.

Operatione.

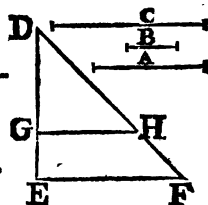
poſt. 1.	Si conduca la retta indefinita AC.
poſt. 4.	Si prenda qualſiuoglia linea retta AD, e ſi
pr. 3.1.	traſporti tre volte in AD, DE, EC.
poſt. 1.	Si conduca la retta BC.
pr. 31.1.	Si conduca la FD parallela à BC.
	Dico, che AF è la terza parte di AB.

Dimoſtratione.

pr. 2.6.	CD à DA ſtà come BF ad FA.
pr. 18.5.	E componendoſi CA ad AD ſtà come BA ad AF.
	AD è la terza parte di AC.
	Dunque AF è la terza parte di AB.

Probl. 4. Prop. 12.

D*Ate tre linee rette. trouar la quarta proportionale.*

Date tre linee rette ABC.
Bisogna trouar la quarta proportionale HF.

Operatione.

post. 1.	Si conducano le rette DE, DF.
*pr.*3.1.	Si facciano DG eguale ad A, GE eguale B, DH eguale à C.
post. 1.	Si conduca la GH.
*pr.*31.1.	Si conduca EF parallela à GH.
	Dico, che A à B stà come C ad HF.

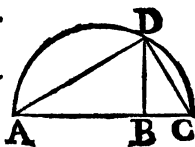
Dimostratione.

*pr.*7.5.	A à B
*pr.*2.6.	DG à GE } sono ragioni eguali;
*pr.*7.5.	DH ad HF
	C ad HF.
*pr.*11.5.	Dunque A à B stà, come CD ad HF.

Pro-

Probl. 5. Prop. 12.

DAte due linee rette. trouar la media proportionale.

Date due linee rette AB, BC poste in dirittura.
Bisogna trouare la media proportionale BD.

Operatione.

post. 3.	Soura il diametro AC si faccia il semicircolo ADC.
pr. 11.1.	Si alzi la perpendicolare BD.
	Dico, che AB à BD stà come DB à BC.

Preparatione.

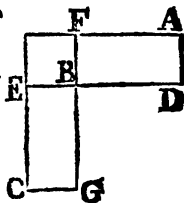
post. 1.	Si conducano le rette AD, DC.

Dimostratione.

pr. 31.3.	L'angolo ADC è retto.
pr. 8.6.	I triangoli ABD, DBC sono simili.
pr. 4.6.	Dunque AB à BD stà, come DB à BC.

Teor. 8. Prop. 14.

I Parallelogrammi eguali & equiangoli hanno attorno à gli ang. eguali i lati reciprocamente proportionali. Ed i parallelogrammi equiangoli, che attorno à gli angoli eguali hanno i lati reciprocamente proportionali, sono eguali.

I parallelogrammi AB, BC sono eguali, & equiangoli.
Dico, che DB à BE stà, come GB à BF.

Preparatione.

pongano gli angoli eguali alla cima nel punto B; & si prolunghino i lati concorrenti AF, CE.

Dimostratione.

pr.1.6. | DB à BE. Il parallelogrammo AB al parallelogrammo FE.
pr.7.5. | Il parallelogrammo BC al parallelogrammo FE.
pr.1.6. | GB à BF, hanno ragioni eguali.
pr.11.5. | Dunque DB à BE stà, come GB à BF.

I, pa-

I parallelogrammi AB, BC sono equiangoli.
DB à BE stà, come GB à BF.
Dico, che i parallelogrammi AB, BC sono eguali.

Dimostratione.

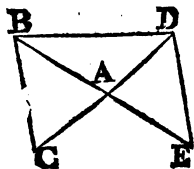
pr.1.6.	Il parallelogrammo AB al parallelogrammo FE.
	DB à BE
	GB à BF.
pr.1.6.	Il parallelogrammo BC al parallelogrammo FE.
	hanno ragioni eguali.
pr.11.5.	Il parallelogrammo AB al parallelogrammo FE stà, come il parallelogrammo BC al parallelogrammo FE.
pr.9.5.	Dunque i parallelogrammi AB; BC sono eguali,

Teo-

Teor. 9. Prop. 15.

I Triangoli eguali, & che hanno vn' angolo eguale ad vn'angolo. hanno attorno à gli angoli eguali i lati reciprocamente proportionali, Ed i triangoli, che hanno vn angolo eguale à vn angolo, e attorno à gli angoli eguali i lati proportionali. sono eguali.

I triangoli ABC, ADE sono eguali, & hanno gli angoli al punto A eguali.
Dico, che BA ad AE stà come DA ad AC.

Preparatione.

	Si pongano gli angoli eguali alla cima nel punto A.
post. 1.	Si conduca la retta BD.

Dimostratione.

*pr.*1.6.	BA ad AE.
	(Il triangolo BDA al triangolo ADE.)
pr 7.5.	Il triangolo DBA al triangolo BAC.)
*pr.*1.6.	(DA ad AD, hanno ragioni eguali.
*pr.*11.5.	Dunque BA ad AE, stà come DA ad AC.

I trian-

I triangoli ABC;ADE hanno gli angoli al punto A eguali.

BA ad AE stà, come DA ad AC.

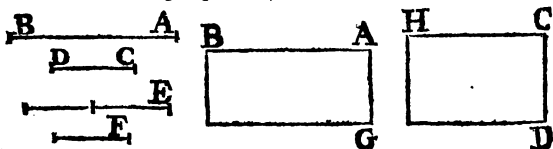
Dico, che i triangoli ABC, ADE sono eguali.

Dimostratione.

pr.1.6.	(Il triangolo BDA al triangolo ADE. (BA ad AE.
pr.1.6.	(DA ad AC. (Il triangolo BDA al triangolo BAC. hanno ragioni eguali.
pr.11.5.	Il triangolo BDA à i triangoli ADE,BAC hà ragioni eguali.
pr.9.5.	Dunque i triangoli ADE, ABC sono eguali.

Teor.

Teor. 11. Prop. 16.

SE quattro linee rette sono proportionali. il rettangolo dell'estreme è vguale al rettangolo delle medie. E se il rettangolo delle estreme è vguale al rettangolo delle medie le quattro linee rette sono proportionali.

ABC, D, E, F sono quattro linee rette proportionali
Il rettangolo delle estreme AB, F è BG.
Il rettangolo delle medie CD, E è HD.
Dico, che i rettangoli BG, HD sono eguali.

Dimostratione.

pr 34.1. I rettangoli BG, HD sono equiangoli.
def.2.6. I rettangoli BG, HD hanno i lati reciprochi perche BA à CD, E ad F, ouero HC ad AG sono ragioni eguali.
pr.14.6. Dunque i rettangoli BG, HD sono eguali.

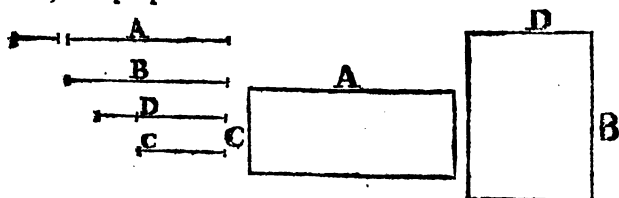
I rettangoli BG, HD sono eguali.
Dico, che AB, CD, E, F sono quattro linee rette proportionali.

Dimostratione.

pr.14.6. I rettangoli BG, HD hanno i lati reciproci; e però AB à CD, HC ad AG, ouero E ad F sono ragioni eguali.
d.7.5. Duuque AB, CD, E, F sono proportionali.

Teo-

Teor. 12. Prop. 17.

Se tre linee rette sono proportionali, il rettangolo delle estreme è vguale al quadrato delle media. Et se il rettangolo dell'estreme è vguale al quadrato delle media, le tre linee rette sono proportionali.

A, B, C sono proportionali.
Dico, che il rettangolo AC è vguale al quadr. di B.

Preparatione.

pr. 3.1.	Si faccia D eguale à B.

Dimostratione.

pr. 7.5.	A, B, D, C sono proportionali.
pr. 16.6.	I rettangoli AC, DB sono eguali.
d. vn.	Dunque il rettang. AC è vguale al quad. di B.

Il rettangolo AC è vguale al quadrato di B.
Dico, che A, B, C sono proportionali.

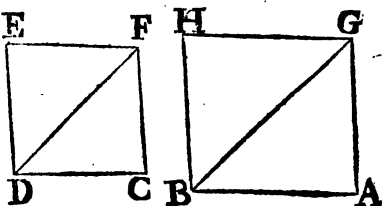
Dimostratione.

ass. 1.	I rettangoli AC, DB sono eguali.
pr. 16.6.	I lati A, B, D, C sono proportionali.
pr. 7.5.	Dunque A, B, C sono proportionali.

Pro-

Probl. 6. Prop. 18.

D*Ata una linea retta, & una figura rettilinea descriuere soura la data linea una figura simile alla figura rettilinea data.*

Data la linea retta AB.
Data la figura rettilinea CDEF.
Bisogna fare la figura rettilinea ABHG simile alla figura CDEF.

Operatione.

Si diuida la figura CDEF ne i triangoli CDF, FDE.

pr.23.1. Soura BA si faccia l'angolo A eguale all'angolo C, e l'angolo ABG eguale all'angolo CDF.
Soura BG si faccia l'angolo BGH eguale all'angolo DFE, e l'angolo GBH eguale all'angolo FDE;

Dico, che le figure ABHG, CDEF sono simili.

Di-

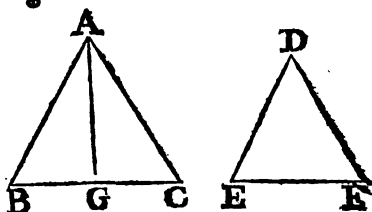
Dimostratione.

	I triangoli EDF, HBG sono equiangoli.	
	I triangoli FDC, GBA sono equiangoli.	
pr.32.1.	Gli angoli E, H.	sono eguali.
	Gli angoli C, A.	
	Gli angoli EDC, HBA.	
	Gli angoli EFG, HGA.	
	FE ad ED, GH ad HB.	sono ragioni eguali.
pr.4.6.	ED à DF, HB à BG.	
	FD à DC, GB à BA.	
	DC à CF, BA ad AG.	
	ED à DC, HB à BA.	
pr.22.5.	EF ad FC, HG à GA.	

Teo-

Teor. 13. Prop. 19.

I Triangoli simili hanno ragione duplicata de i lati homologi.

I triangoli ABC, DEF sono simili.
BC, EF sono lati homologi.
Dico, che il triangolo ABC al triangolo DEF

Preparatione.

pr.11.6. | Si faccia come BC ad EF cosi EF à CG.
post. 1. | Si conduca la retta AG.

Dimostratione.

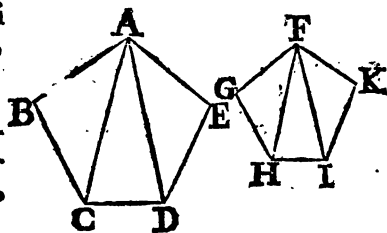
def.1.6. | BC à CA, & EF ad FD.
pr.16.5. | BC ad EF, & CA ad FD. } hanno ragioni eguali.
pr.11.5. | EF à CG, & CA ad FD.
pr.15.6. | I triangoli ACG, DFE attorno à gli angoli eguali C, F hanno i lati reciproci, e però sono eguali.
pr.7.5. | Il triangolo ABC al triangolo DEF.
pr.1.6. | Il triangolo ABC al triangolo ACG. | BC à CG, hanno ragioni eguali.
| BC à CG hà ragione duplicata di BC ad EF.
d.10.5. | Dunque il triangolo ABC al triangolo DEF hà ragione duplicata di BC ad EF.
pr.7.5.

Teo-

Teor. 14. Prop. 20.

I Poligoni simili si diuidono in triangoli simili eguali di numero, & homologi à i suoi poligoni. Et i poligoni simili, hanno ragione duplicata de i lati homologi.

I poligoni simili sono ABCDE, FGHIK.

Dico, che i triangoli ABC, FGH; & i triangoli ACD, FHI, & i triangoli ACE, FIK sono simili.

Che il numero de i triangoli ABC, ACD, ADE è vguale al numero de i triangoli FGH, FHI, FIK.

Che i triangoli ABC ad FGH, ACD ad FHI, ADE ad FIK, & il poligono ABCDE al poligono FGHIK hanno ragioni eguali.

Che il poligono ABCDE al poligono FGHIK hà ragione duplicata di AB ad FG.

Dimostratione.

d.1.6. | Gli angoli B, G sono eguali, & i lati AB à BC, FG à GH hanno ragioni eguali.

 Dun-

pr.6.6. Dũque i triangoli ABC, FGH sono simili.

A F G K B E H I C D

Parimẽte si dimostrerà, che i triangoli AED, FKI sono simili.

pr.4.6. AC à CB, FH ad HG.
def.1.6. CB à CD, GH ad HI. } hanno ragioni eguali.
pr.22.5. AC à CD, FH ad HI.

Parimente si dimostrerà, che AD à DC, FI ad IH hanno ragioni.

pr 6.6. Dunque i triangoli ACD, FHI sono simili.

d.1.6. I numeri de gli angoli, & de i lati delle figure simili sono eguali, e lẽuando il binario d'ogni banda i numeri, che restano sono eguali.

ass.3. Dunque il numero de i triangoli ABC, ACD, ADE è vguale al numero dei triangoli ad FGH, FHI, FIK.

pr.19.6. I triangoli ABC ad FGH, ACD ad FHI ADE ad FIK hanno ragioni duplicate di AB ad FG di AC ad FH, di AD ad FI, che sono ragioni frà di loro eguali.

pr.12.5. Dunque il poligono ABCDE al poligono FGHIK hà ragione duplicata di AB ad FG.

Dun-

d.11.5. | Dunque i triangoli sono homologi à i suoi poligoni.

Teor. 15. Prop. 15.

LE figure, che sono simili alla medesima sono simili frà di loro.

Le figure A, B sono simili alla medesima figura C,
Dico, che le figure A, B sono simili frà di loro.

Dimostratione.

d.1.6. | Gli angoli della figura A sono eguali à gli angoli della figura C ad vno ad vno.

d.1.6. | Parimente gli angoli della figura B sono eguali à gli angoli della medesima figura C ad vno ad vno.

ass.1. | Gli angoli della figura A sono eguali à gli angoli della figura B ad vno ad vno.

pr.4.6. | Dunque le figure A, B sono simili.

A F
G K
B E
H I
C D

pr.6.6. Dũque i triangoli ABC, FGH sono simili. Parimẽte si dimostrerà, che i triangoli AED, FKI sono simili.

pr.4.6. AC à CB, FH ad HG.
def.1.6. CB à CD, GH ad HI. } hanno ragioni eguali.
pr.22.5. AC à CD, FH ad HI.

Parimente si dimostrerà, che AD à DC, FI ad IH hanno ragioni.

pr 6.6. Dunque i triangoli ACD, FHI sono simili.

d.1.6. I numeri de gli angoli, & de i lati delle figure simili sono eguali, e leuando il binario d'ogni banda i numeri, che restano sono eguali.

ass.3. Dunque il numero de i triangoli ABC, ACD, ADE è vguale al numero de i triangoli ad FGH, FHI, FIK.

pr.19.6. I triangoli ABC ad FGH, ACD ad FHI, ADE ad FIK hanno ragioni duplicate di AB ad FG di AC ad FH, di AD ad FI, che sono ragioni frà di loro eguali.

pr.12.5. Dunque il poligono ABCDE al poligono FGHIK hà ragione duplicata di AB ad FG.

Dun-

d.11.5. | Dunque i triangoli sono homologi à i suoi poligoni.

Teor. 15. Prop. 15.

Le figure, che sono simili alla medesima sono simili frà di loro.

Le figure A,B sono simili alla medesima figura C,
Dico, che le figure A, B sono simili frà di loro.

Dimostratione.

d.1.6. | Gli angoli della figura A sono eguali à gli angoli della figura C ad vno ad vno.
d.1.6. | Parimente gli angoli della figura B sono eguali à gli angoli della medesima figura C ad vno ad vno.
ass.1. | Gli angoli della figura A sono eguali à gli angoli della figura B ad vno ad vno.
pr.4.6. | Dunque le figure A, B sono simili.

Teor. 16. Prop. 12.

SE quattro linee rette ſono proportionali. ancora i rettilinei ſimili, e ſimilmente poſti ſoura di quelle ſono proportionali. E ſe i rettilinei ſimili, e ſimilmente poſti ſoura quattro linee ſono proportionali. ancora le quattro linee ſono proportionali.

AB, CD, EF, GH ſono quattro retti proportionali

Le figure I, K ſono ſimili.
Le figure L,O ſono ſimili.
Dico, che le figure I, K, O ſono proportionali.

Dimoſtratione.

pr.20.6. | I à K hà ragione duplicata di AB à CD.
d.7.5. | AB à CD hà la medeſima ragione, che EF à GH.
pr.11.5. | I à K hà ragione duplicata di EF à GH.
pr.20.6. | L ad O hà ragione duplicata di EF à GH.
pr.11.5. | Dunque I, K L, O ſono proportionali.

I, K, L, O ſono proportionali.
Dico, che AB,CD,EF,GH ſono proportionali.

Dimoſtratione.

pr.20.6. | I à K hà ragione duplicata di AB à CD.
d.7.5. | I à K hà la medeſima ragione, che L ad O.
pr.11.5. | L ad O hà ragione duplicata di AB à CD.
pr.20.6. | L ad O hà ragione duplicata di EF à GH.

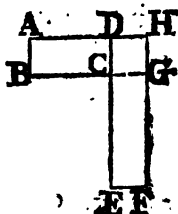
Dun-

pr.11.5. | Dunque AB, CD, EF, GH sono proportionali.

Teor. 17. Prop. 23.

I Parallelogrammi equiangoli hanno la ragione composta de i lati.

AC, CF sono i parallelogrammi equiangoli.
Dico, che AC à CF hà la ragione composta di due ragioni BC à CG, e DC à CE.

Preparatione.

pr.23.1. post.2. | Si compongano gli eguali angoli de i parallelogrammi alla cima nel punto G, & si prolonghino i lati AD, FG in H.

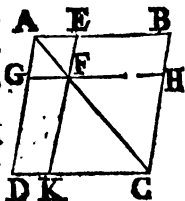
Dimostratione.

def.1. | CH è parallelogrammo.
d.5.6. | AC à CF hà la ragione composta di due ragioni AC à CH, & di CH à CF.
pr.1.6. | AC à CH hà la medesima ragione di BC à CG.
pr.1.6. | CH à CF hà la medesima ragione di DC à CE.
d.5.6. | Dunque AC à CF hà la ragione composta di due ragioni BC à CG, & DC à CE.

Teor. 18. Prop. 24.

IN ogni parallelogrammo, quei parallelogrammi, che sono attorno al diametro sono simili à tutto il parallelogrammo, e sono ancora simili frà di loro.

Nel parallelogrammo DB attorno al diametro AC stanno descritti i parallelogrammi GE, KH.

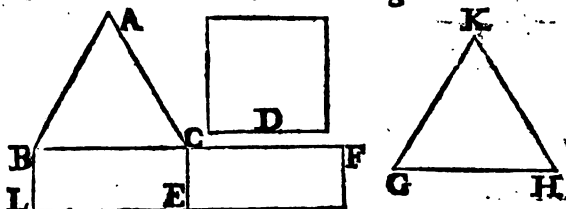
Dico, che i parallelogrammi GE, KH, DB sono simili frà di loro.

Dimostratione.

pr.29.1.	Gli angoli AEF, B, FHC sono eguali.
pr.2.6.	Le ragioni AE ad EF, AB à BC, FH ad HC sono le medesime,
pr.6.6.	I triangoli AEF, ABC, FHC sono simili. Parimente si dimostrerà, che i triangoli AGF, ADC, FKC sono simili.
ass.2.	Gli angoli EFG, BCD, HCK sono eguali.
pr.4.6.	I lati EF, FA, FG sono in proportione ordinata come i lati BC, CA, CD, & come i lati HC, CF, CK.
pr.22.5.	E per l'egualità le ragioni EF ad FG, BC à CD, HC à CK sono le medesime.
pr.24.1.	Parimente si dimostrerà, che gli altri angoli de i parallelogrammi GE, DC, KH sono eguali, & che i lati attorno à gli angoli eguali sono proportionali.

Dun-

d. 1. 6. | Dunque i parallelogrammi GE, KH, DB sono simili frà di loro.

Probl. 7. Prop. 25.

D*Ati due rettilinei far vn rettilineo simile ad vno di loro, all'altro eguale.*

Dati due rettilinei ABC, D.

Bisogna fare il rettilineo GKH simile ad ABC, & eguale à D,

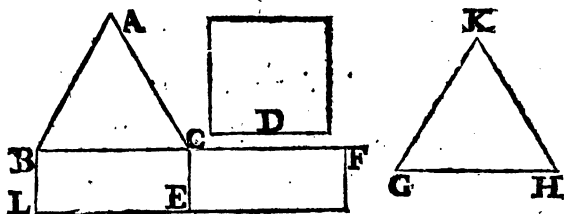
Operatione.

pr. 45. 1. | Si applichi à BC il rettangolo BE eguale al rettilineo ABC.

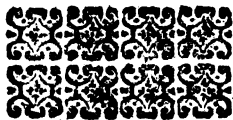
pr. 45. 1. | Si applichi à CE il rettangolo EF eguale al rettilineo D.

pr. 13. 6. | Trà BC, CF si troui la media proportionale GH.

pr. 18. 6. | Soura GH si descriua vn rettilineo simile al rettilineo ABC, in modo, che BC, GH siano i lati homologi.

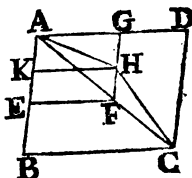
Dico, che il rettilineo KGH è vguale al rettilineo D.

Dimostratione.

pr.20.6.	ABC à KGH hà ragione duplicata de' lati homologi BC à GH.
d.10.1.	BC à CF hà ragione duplicata di BC a GH.
pr.11.5.	ABC à KGH. / BC à CF. / BE ad EF. / ABC à D. } hanno le medesime ragioni.
pr.1.6.	
pr.7.5.	
pr.9.5.	Dunque KGH, D sono eguali.

Teo-

Teor. 19. Prop. 26.

SE da vn parallelogrammo si leua vn parallelogrammo simile al tutto, & che hà vn angolo commune col tutto. hà ancora il diametro commune col tutto.

Del parallelogrammo BD si leui il parallelogrammo KG simile al tutto, & che hà l'angolo al punto A commune.

Dico, che il diametro AH è nel diametro AC.

Instanza.

Non è AH in AC, ma il punto H è fuori di AC.

Preparatione.

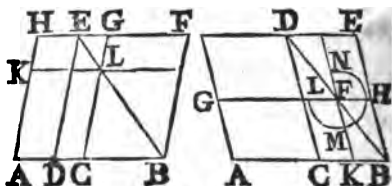
post. 2.	Si prolungherà GH sino che concorra col diametro AC, in F.
pr. 31.1.	Si condurrà la FE parallella à BC.

Risposta.

pr. 24.6.	EG è parallelogrammo simile à BD.
pr. 21.6.	EG, KG saranno parallelogrammi simili.
d. 1.6.	Le ragioni GA ad AK, GA ad AE saranno eguali.
pr. 9.5.	AK, AE saranno eguali contro l'ass. 9.
ass. 16.	Dūque il diametro AH è nel diametro AC.

Teor. 20. Prop. 27.

De i parallelogrammi, che s'applicano ad una medesima linea retta, & che mancano di parallelogrammi simili il più grande di tutti, e quello, che stà soura la metà della linea, & è simile al suo mancamento.

Nella prima figura si applicano ad AB i parallelogrammi AL, AE, che mancano de i parallelogrammi LB, EB simili frà di loro.
AL stà soura AC, che è la metà di AB, & è simile al suo mancamento LB.
Dico, che AL è maggiore di AE.

Dimostratione.

pr.26.6.	I parallelogrammi LB, EB sono attorno al medesimo diametro.
pr.43.1.	I compimenti DL, LF sono eguali.
pr.34.1.	LE sono parallelogrammi eguali.
ass.9.	LH è maggiore di KE.
ass. 1.	DL è maggiore di KE.
ass 2.	Dunque AL è maggiore di AE.

Nel-

Nella seconda figura si applicano ad AB i parallelogrammi AD, AF, che mancano de i parallelogrammi CE, KH simili frà di loro.

AD stà soura AC, che è la metà di AB, & è simile al suo mancamento CE.

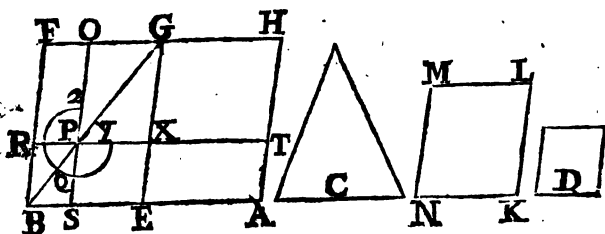
Dico, che AD è maggiore di AF.

Dimostratione.

pr.26.6.	I parallelogrammi CE, KH sono attorno al medesimo diametro DB,
pr.34.1.	GD è vguale à DH.
ass.9.	DH è maggiore di FE.
pr.43.1.	GD è maggiore di FE.
ass.1.	GD è vguale di CF.
ass.2.	Dunque AD è maggiore di AF.

Pro-

Probl. 8. Prop. 28.

Data vna linea retta, vn rettilineo, & vn parallelogrammo. applicare alla data linea retta vn parallelogrammo eguale al dato rettilineo, e mancante d'vno parallelogrammo simile al parallelogrammo dato. Ma bisogna, che il dato rettilineo non sia maggiore del parallelogrammo, che si applica alla metà della linea data, & è simile al parallelogrammo dato.

Data la retta AB.
Dato il rettilineo C.
Dato il parallelogrammo D.
EB sia la metà di AB.
EF sia il parallelogrammo, che si applica ad EB, & è simile à D.
Non sia la figura C maggiore del parallelogrammo EF.

Bi-

Bisogna applicare ad AB il parallelogrammo AP eguale à C, che manca del parallelogrammo RS simile à D.

Operatione.

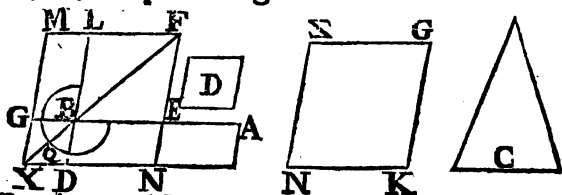
pr.25.6.	Si faccia il parallelogrammo NL simile à D, ouero ad FE, & eguale all'eccesso di FE soura C.
	Si faccia il parallelogrammo OX equilatero al parallelogrammo MK, che però è vguale ad MK, e simile ad FE, & hà il diametro GP soura il diametro GB.
pr.26.6.	Si prolunghino i lati RPT, OPS.
post.2.	Dico, che il parallelogrammo AP è vguale à C.

Dimostratione.

	RS, OX, MX, D sono simili frà di loro.
pr.21.6.	Dunque RS, D sono simili,
	OX, MX sono eguali frà di loro.
	MX, C sono eguali ad FE.
ass.2.	OX, C sono eguali ad FE.
ass.3.	Li rimanenti parallelogrammi OR, BX sono eguali à C.
pr.43.1.	OR è vguale à PE.
pr.34.1.	BX è vguale à XA;
ass.2.	OR, BX sono eguali ad AP.
ass.1.	Dunque C è vguale ad AP.

Pro-

Probl. 9. Prop. 29.

Data vna linea retta, vn rettilineo, & vn parallelogrammo. applicare alla data linea retta vn parallelogrammo eguuale al dato rettilineo, ed eccedente d'vn parallelogrammo simile al parallelogrammo dato.

Data la retta AB.
Dato il rettilineo C.
Dato il parallelogrammo D,
Bisogna applicare ad AB il parallelogrammo AX eguale al rettilineo C, eccedente del parallelogrammo GD simile à D.

Operatione.

pr. 10. 1.	Si diuida AB in due parti eguali nel punto E.
pr. 18. 1.	Soura BE si faccia il parallelogrammo LE simile à D.
pr. 25. 6.	Si faccia il parallelogrammo ZK eguale alla somma del parallelogrammo LE, & del rettilineo C; e simile à D.

Si

*pr.*18.6.	Si faccia il parallelogrammo MN equilatero, eguale, e simile al parallelogrãmo ZK
post. 2.	Si prolunghino le rette ABG, LBD.
	Dico, che C è vguale ad AX.
	E che GD è simile à D.
	Dimostratione.
*pr.*24.6.	GD, LE, MN, ZK, D sono simili.
*pr.*21.6.	Dunque GD è simile à D.
	MN è vguale alla somma di LE, C.
*ass.*3.	MB, GD, DE sono eguali à C,
*pr.*43.1.	MB è vguale à BN.
pr 34.1.	DE è vguale ad NA.
ass. vn.	MB, GD, DE è vguale ad AX.
*ass.*1.	Dunque C è vguale ad AX.

Probl. 10. Prop. 30.

D*Ata vna linea retta terminata, tagliarla secondo l'estrema, e media ragione.*

Data la retta linea terminata AB.

A C B

Bisogna tagliarla in C, secondo l'estrema, e media ragione.

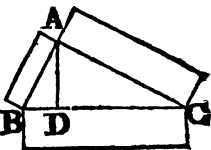
Operatione.

*pr.*11.2.	Si diuida AB nel pũto C in modo, che il rettang. ABC sia eguale al quadrato AC.
	Dimostratione.
*pr.*17.6.	BA, AC, CB sono proportionali.
d. 3.6.	Dunque BA è diuisa in C secondo l'estrema, e media ragione.

Teo-

Teor. 21. Prop. 31.

Se da i lati del triangolo rettangolo, si fanno tre figure simili. la figura dell'ipotenusa è vguale all'altre.

Il triangolo rettangolo è ABC.
L'ipotenusa è BC.
Dico, che la figura rettilinea, che si fà da BC è vguale alle figure rettilinee simili, che si fanno da i lati AB, AC.

Dimostratione.

pr.22.6. | Il quadrato di AB al quadrato di BC, & la figura di AB alla figura di BC hanno le medesime ragioni.

pr.22.6. | Il quadrato di AC al quadrato di BC, & la figura di AC alla figura di BC hanno le medesime ragioni.

pr.24.5. | I quadrati di AB, AC al quadrato di BC, & le figure di AB, AC alla figura di BC hanno le medesime ragioni.

pr.47.1. | I quadrati di AB, AC sono eguali al quadrato di BC.

Dunque le figure di AB, AC sono eguali alla figura di BC.

Teo-

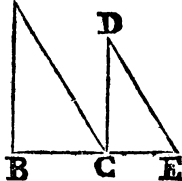
Teor. 22. Prop. 32.

SE due triangoli hanno i lati proportionali, e ſono compoſti ad vn'angolo in modo, che i lati homologi ſiano paralleli. gli altri lati ſono in dirittura.

Ne i triangoli ABC, DCE i lati proportionali ſono CA, AB, ED, DC.

I lati homologi AC, DE ſono paralleli.

Et i lati homologi AB, DC ſono paralleli.

Dico, che i lati BCE ſono in dirittura nella medeſima linea retta.

Dimoſtratione.

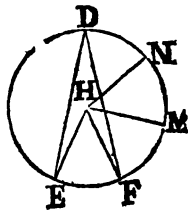
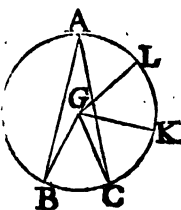
pr.29.1.	Gli angoli B, DCE ſono eguali.
pr.29 1.	Gli angoli A, ACD, D ſono eguali.
pr.6.6.	I triangoli ABC, DCE ſono ſimili.
pr.29.1.	Gli angoli B, DCB ſono eguali à due retti.
aſſ.1.	Gli angoli DCE, DCB ſono eguali à due retti.
pr.14.1.	Dunque BCE è vna linea retta.

Teo-

Teor. 23. Prop. 33.

NE i circoli eguali gli angoli à i centri sono, come gli archi sottesi, così ancora sono gli angoli alle circonferenze; & li settori, che sono à i centri.

ABC, DEF sono circoli eguali.
BGC, EHF sono angoli à i centri.
BAC, EDF sono angoli alle circonferenze.
BGC, EHF sono settori:
Dico, che l'angolo BGC all'angolo EHF stà, come l'arco BC all'arco EF.
Che l'angolo BAC all'angolo EAF stà come l'arco BC all'arco EF.

E che il settore BGC al settore EGE stà come l'arco BC all'arco EF.

Preparatione.

Si faccia l'arco BCKL molteplice dell'arco BC, secondo qualsiuoglia moltiplicatione, & l'arco EFMN molteplice dell'arco.
Si EF secondo qualsiuoglia altra moltiplicatione. conducano le rette GK, GL, HM, HN.

Dimostratione.

Quanti sono gli archi eguali BC, CK, KL tanti sono gli angoli eguali BCG, CGK, KGL, & quanti

sono

sono gli archi eguali EF, FM, MN tanti sono gli angoli eguali EHF, FHM, MHN.

L'arco BCKL, & l'angolo BGL sono egualmente molteplici dell'arco BC, & dell'angolo BGC.

L'arco EFMM, & l'angolo EHN sono egualmente molteplici dell' arco, EF, & dell'angolo EHF.

Se l'arco BCKL è maggiore dell'arco EFMN, ancora l'angolo BGL è maggiore dell'angolo EHN; se vguale, vguale; se minore, minore: per la prop. 3.

Dunque come l'arco BC all'arco EF così stà l'angolo BGC all'angolo EHF: per la def. 6. 5.

Come l'angolo BGC all' angolo BAC così stà l'angolo EHF all'angolo EDF.

Dunque permutandosi come l'angolo BGC all'angolo FHF, cioè come l'arco BC all'arco EE così stà l'angolo BAC all'angolo EDF.

Quanti sono gli archi eguali BC, CK, KL, tanti sono i settori congruenti ed eguali BGC, CGKKGL; e quanti sono gli archi egu. EF, FM, MN, tanti sono i settori congruẽti ed eguali EHF, FHM, MHN.

L'arco BCL, & il settore BGL sono egualmente molteplici dell'arco BC, & del settore BGC.

L'arco EFN, & il settore EHN sono egualmente molteplici dell'arco EF, & del settore EHF.

Se l'arco BCL è maggiore dell'arco EFN, anche il settore BGL è maggiore del settore EHN; se vguale, vguale; se minore, minore.

Dunque come l'arco BC all'arco EF, così stà il settore BGC al settore EHF. per la def. 6. 5.

Il Fine del Libro Sesto.

Euclidis Elementorum Geometricorum libros priores sex, Italicum in idioma appositissimè, & per quam clarissimè traductos, qui aditum, vel debilioribus ingenijs felicissimum, atque facillimum ipsam ad abstractionem rerum Mathematicarum, immò cuiusuis facultatis, & doctrinæ parare possunt, & instruere intelligentiam adipiscendam, cum Ego infrascriptus, librorum Mathematicorum Censor seu Reuisor pro Sanctiss. Inquisit. Officio accuratè, & summa animi iucunditate viderim, atq; perlegerim; fidem facio, & attestor eos esse typis dignissimos, nihilq; prorsus continere, quod sacris Canon. & legitimæ moral. & polit. aduersetur.

Ouidius Montalbanus Philosophiæ, & Med. Doct. Colli & in Archigymn. Bonon. publ. profess. Mathem. Antesignanus &c.

V. D. Stephanus Seminus Clericus Regularis S. Pauli Pœnitentiarius pro Eminentiss. ac Reuerendiss. D. Cardinali Ludouisio Archiep. Bonon. & Principe.

Reimprimatur.

Fr. Angelus Gulielmus Molus Vicarius Generalis S. Officij Bononiæ.